武汉市常青联合体2022-2023学年度第二学期期末考试

高一年级数学答案参考

一、单选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	C	A	D	B	B	D

二、多选题

题号	9	10	11	12
答案	AC	ACD	ABD	ABC

三、填空题

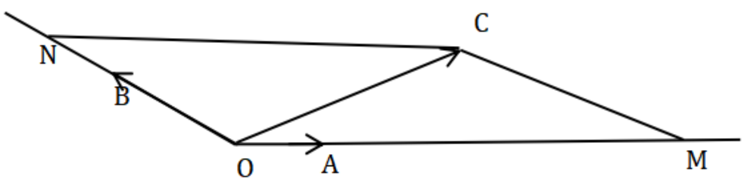
13、 8π　14、④　　15、9　　16、2 ，4

5、 **【考查知识点】**本题考查向量的基本知识，涉及平面向量的投影向量，平面向量共线的条件、向量的运算律及简单的数量积运算，考查学生对向量基础概念的了解.

【详解】对于A，由投影向量定义知$|\vec{a}|\cos<\vec{a},\vec{c}>\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}=|\vec{b}|\cos<\vec{b},\vec{c}>\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}$,则$\vec{a}$、$\vec{b}$不一定相等，所以A错误; 对于B，若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，则有$\vec{c}\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$，故$\vec{a}=\vec{b}$不一定成立，所以B错误；对于C，向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{CD}$是共线向量，则A，B，C，D四点一定共线，显然不正确，可能AB//CD，即C错误;对于D 设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，以OA，OB为邻边作平行四边形OACB，则$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{OC}$,$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{BA}$.∵$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$,∴$|OA|=|OB|=|AB|$,∴△OAB是等边三角形,∴∠BOA＝60°.在菱形OACB中，对角线OC平分∠BOA，∴$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$所在直线的夹角为30°.所以D正确.

6、**【考查知识点】**本题考查平面向量基本定理及向量的数量积，向量的夹角、正弦定理等知识.考查学生对平面向量基本定理、数量积运算、正弦定理的理解与掌握.

【详解】 如图，建立平行四边形OMCN,点M在射线OA上，点N在射线OB上，且$\overrightarrow{OM}=x\overrightarrow{OA}$ ，$\overrightarrow{ON}=y\ \overrightarrow{OB}$又点C在∠AOB内，故x,y都为正，



因为$\overrightarrow{OA}\cdot\ \overrightarrow{OB}=-\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{3}$，由平面向量数量积定义可知∠AOB=150°，又∠AOC＝30°，所以∠NOC=∠OCM＝120°.由 OA＝1，OB＝2 知|OM|=x，|MC|=|ON|=2y，在ΔOMC 中，由正弦定理知 $\frac{|MC|}{\sin\angle MOC}=\frac{|OM|}{\sin\angle OCM}$,即$\frac{2y}{\sin 30°}=\frac{x}{\sin 120°}$所以$\frac{x}{y}=2\sqrt{3}$.故选 B 项.

7、**【考查知识点】**用待定系数法求基本初等函数得解析式，用换元法求二次函数最值.

【详解】甲公司利润与投入函数关系式 $y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{2}$，乙公司利润与投入函数关系式 $y=\frac{4}{3}\sqrt{x}-\frac{1}{2}$。设投入到乙公司 x 亿元，则投入到甲公司（10-x）亿元。总利润 $y=\frac{2}{5}(10-x)+\frac{4}{3}\sqrt{x}-1$，令 $t=\sqrt{x}$，则总利润为 $y=-\frac{2}{5}t^2+\frac{4}{3}t+3$，因此当 $t=\frac{5}{3}$，即乙公司 $x=\frac{25}{9}$，甲公司 10-$x=\frac{65}{9}$，总利润最大.

10、**【考查知识点】**此题部分选项来源于教材必修(二）P52 第 2 题、P61 第 6 题改编

本题考查坐标下的平面向量的数量积，向量的夹角，向量的模等线性运算知识．考查了对这些知识的理解和掌握程度.

【详解】对于 A，$\because \vec{a}=(1,2),\vec{b}=(1,1)$, 因为$\vec{a}$与$\vec{a}+\lambda\vec{b}$的夹角为锐角，$\therefore \vec{a}\cdot(\vec{a}+\lambda\vec{b})=(1,2)\cdot(1+\lambda,2+\lambda)=1+\lambda+4+2\lambda=3\lambda+5>0$，且$\lambda\neq 0$(当$\lambda=0$ 时$\vec{a}$与$\vec{a}+\lambda\vec{b}$的夹角为 0°)，所以$\lambda>-\frac{5}{3}$且$\lambda\neq 0$，故 A 项正确；对于 B 项，由$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PA}$ 知 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$，故$(\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PC})\cdot\overrightarrow{PB}=0$ 即$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{PB}=0$，所以点 P 在 AC 边上的高所在直线上，同理可知，P 在 BC、AB 边的高所在直线上，则 P 为垂心；故 B 项错误;对于 C 项，因为点 P 在∠A 的内角平分线上，故 C 项正确；对于 D，由$\vec{a}=(0,3)$知$|\vec{a}|=3$，$|\vec{b}|=2$，又平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$共线，故分两种情形，一是夹角为 0°时，求得$|\vec{a}+\vec{b}|$的值为 5，另一种情形夹角为 180° 时求得$|\vec{a}+\vec{b}|$的值为 1.故 D 项正确．故选 ACD.

16、**【考查知识点】**本题考查函数得性质---奇偶性、对称性、周期性，难度较大.

【详解】$g(2-x)+2=g(x)+a$，当 x=1 时，$g(1)+2=g(1)+a$，因此 $a=2$，同时可得 $g(2-x)=g(x)$，由此可转为为 $f(x+1)-2=f(3-x)-2$，即 $f(x+1)=f(3-x)$，得 $f(x)$ 关于 x=2 对称，又因为 $f(x+1)$ 为奇函数，$f(x+1)=-f(1-x)$，得 $f(x)$ 关于（1，

0）对称.因此 $f(x)$ 最小正周期周期 T=4.

17、**【考查知识点】**本题考查了向量数量积，向量的夹角，向量的模，向量垂直的的判定，二次函数性质等知识，考查基本运算求解能力.

【详解】(1)由题意，设$\vec{b}=(x,y)$，因为$|\vec{b}|=2$，所以$\sqrt{x^2+y^2}=2$，即$x^2+y^2=4$，①

又因为向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为60°，所以 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{2x}{4}=\frac{1}{2}$，解得 $x=1$，

将 $x=1$ 代入①，解得 $y=\pm\sqrt{3}$，所以$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$或$\vec{b}=(1,-\sqrt{3})$；--------------------4 分

(2)因为$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$，$\lambda\in R$ ，所以$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$，即$\vec{a}^2=\vec{b}^2$，--------------6 分

所以$|\vec{a}|=|\vec{b}|=2$，所以$|\vec{a}+\lambda\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+\lambda\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+2\lambda\vec{a}\cdot\vec{b}+\lambda^2\vec{b}^2}$

$=2\sqrt{\lambda^2+\lambda+1}=2\sqrt{\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$，--8 分

所以当$\lambda=-\frac{1}{2}$时，$|\vec{a}+\lambda\vec{b}|$有最小值$\sqrt{3}$.---10 分

18、**【考查知识点】**依据二面角的定义，求二面角的余弦值.三棱锥体积的计算.

【详解】（1）取 BC 的中点 D，连结 PD,AD

$\because PB=PC$，AB=AC

$\therefore PD\perp BC$，$AD\perp BC$

$\therefore \angle PDA$ 为二面角 $P-BC-A$ 的平面角---3 分

在ΔPDA 中，$PD=AD=\sqrt{2}$，$PA=\sqrt{3}$

$\therefore \cos\angle PDA=\frac{PD^2+AD^2-PA^2}{2PD\cdot AD}=\frac{1}{4}$

$\therefore$ 二面角 $P-BC-A$ 的余弦值为$\frac{1}{4}$---6 分

（2）由（1）得 $PD\perp BC$，$AD\perp BC$，$PD\cap AD=D$

$\therefore BC\perp$平面 PDA---8 分

$\because V_{三棱锥\ P-ABC}=2V_{三棱锥\ B-PAD}$

$S_{\Delta PDA}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ---10 分

$\therefore V_{三棱锥\ P-ABC}=2\times\frac{1}{3}S_{\Delta PDA}\times BD=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{15}}{4}\times 1=\frac{\sqrt{15}}{6}$ -----------------------------------12 分

19、**【考查知识点】**根据频率分布直方图求总体百分位数，以及分层随机抽样的运用.

【详解】（1）由频率分布直方图可知，成绩在[80，100]内的频率为 $0.020\times10+0.010\times10=0.3$，

则估计全校这次竞赛中"航天达人"的人数约为 $3000\times0.3=900$ 人 ------------------------------3 分

（2）由频率分布直方图可知，成绩在[40，50）内的频率为 $0.005\times10=0.05$，

成绩在[50，60）内的频率为 $0.015\times10=0.15$，

成绩在[60，70）内的频率为 $0.020\times10=0.2$，

成绩在[70，80）内的频率为 $0.030\times10=0.3$，

成绩在[80，90）内的频率为 $0.020\times10=0.2$，

所以成绩在 70 分以下的学生所占的比例为 70%，成绩在 80 分以下的学生所占的比例为 90%，

所以成绩的 75%分位数一定在[80,90）内，$80+10\times\frac{0.75-0.7}{0.2}=82.5$

因此估计参加这次竞赛的学生成绩的 75%分位数为 82.5 --8 分

（3）因为 $6\times\dfrac{0.3}{0.3+0.2+0.1}=3$，$6\times\dfrac{0.2}{0.3+0.2+0.1}=2$，$6\times\dfrac{0.1}{0.3+0.2+0.1}=1$，

所以从成绩在[70，80)，[80，90)，[90，100]内的学生中分别抽取了 3 人，2 人，1 人---12 分

20、**【考查知识点】**本题考查正弦定理与余弦定理的应用，考查基本不等式的应用

【详解】(1) $\because 3b=a+\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}$

得：$3\sin B=\sin A+\sin A\cos B+\cos A\sin B=\sin A+\sin C$，------------------------------------3 分

由正弦定理可得：$3b=a+c=6$，所以 $b=2$，所以周长为 8--------------------------------6 分

(2)必修二课本 47 例 8 ，$a=\sqrt{3}\pm1$（做对一种情况得 3 分）--------------------------------12 分

21、**【考查知识点】**直线与平面垂直，平面与平面垂直，直线与平面所成的角。

【详解】（1）取 BC 中点 E，连 A_1E，AE，则 $A_1E\perp$ 平面 ABC--------------------------------1 分

$A_1E\perp AE$，又 $AE\perp BC$，$AE\cap BC=E$，

$AE\perp$ 平面 A_1BC，--4 分

又 $AE\,/\!/\,A_1D_1$

∴$A_1D_1 \perp$ 平面 A_1BC--6 分

（2）∵$A_1E \perp BC$，$AE \perp BC$，$A_1E \cap AE=E$

∴$BC \perp$ 平面 A_1AED_1--7 分

$BC \subset$ 平面 BCC_1B_1

∴平面 $A_1D_1E \perp$ 平面 BCC_1B_1--8 分

平面 $A_1D_1E \cap$ 平面 $BCC_1B_1=D_1E$

过 A_1 作 $A_1H \perp D_1E$ 于 H，∴$A_1H \perp$ 平面 BCC_1B_1--9 分

连 BH，$\angle A_1BH$ 就是直线 A_1B 与平面 BCC_1B_1 所成的角，-----------------------------------10 分

$A_1E=\sqrt{6}$，$A_1D_1=\sqrt{3}$，$A_1H=\sqrt{2}$，$A_1B=\sqrt{7}$

$$\sin\angle ABH=\frac{A_1H}{A_1B}=\frac{\sqrt{14}}{7}$$

故直线 A_1B 与平面 BCC_1B_1 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{14}}{7}$---------------------------------------12 分

22、**【考查知识点】**换元、对勾函数最值的求法，含参绝对值函数、二次函数最值的求法，恒成立的策略.

【详解】(1) 若 $x\in[2,+\infty)$，则 $f(x)=\dfrac{4^x+3}{2^x+1}=2^x+1+\dfrac{4}{2^x+1}-2$.---------------------2 分

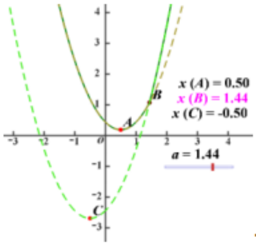
令 当$x\in[2,+\infty)$，令$t=2^x+1\geq 5$，则 $y=t+\dfrac{4}{t}-2(t\geq 5)$ 单调递增,

$$f(x)_{\min}=f(2)=\frac{19}{5}$$.--4 分

（2）由（1）得 $f(x_2)\in\left[\dfrac{19}{5},+\infty\right)$,

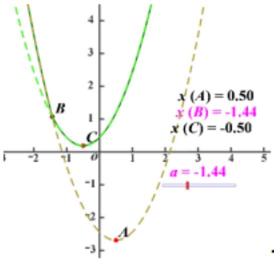
$$g(x)=|x-a|+x^2-1=\begin{cases} g_1(x)=x^2+x-a-1 & x\geq a \\ g_2(x)=x^2-x+a-1 & x<a \end{cases}=\begin{cases} g_1(x)=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-a-\dfrac{5}{4} & x\geq a \\ g_2(x)=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+a-\dfrac{5}{4} & x<a \end{cases}$$

当$a\geq\dfrac{1}{2}$时，$g(x)_{\min}=g_2(\dfrac{1}{2})=a-\dfrac{5}{4}$



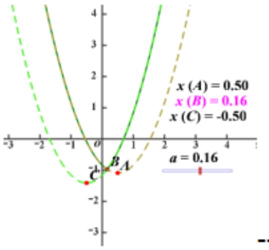
---7 分

当$a\le -\frac{1}{2}$时，$g(x)_{\min}=g_1(-\frac{1}{2})=-a-\frac{5}{4}$



---8 分

当$-\frac{1}{2}\le a\le \frac{1}{2}$时，$g(x)_{\min}=a^2-1$



---9 分

由题意若设 $f(x_2)\in\left[\frac{19}{5},+\infty\right)=A$，设 $g(x)$ 在 $x_1\in[-1,1]$ 上的值域为 B，则 $B\subseteq A$.---10 分

(1)当$a\ge\frac{1}{2}$时， 若满足$B\subseteq A$. $g(x)_{\min}=g_2(\frac{1}{2})=a-\frac{5}{4}\ge\frac{19}{5}\Rightarrow a\ge\frac{101}{20}$

(2) 当$a \le -\frac{1}{2}$时，若满足$B \subseteq A$， $g(x)_{\min} = g_1(-\frac{1}{2}) = -a - \frac{5}{4} \ge \frac{19}{5} \Rightarrow a \le -\frac{101}{20}$.

(3) 当$-\frac{1}{2} < a < \frac{1}{2}$时，若满足$B \subseteq A$， $g(x)_{\min} = a^2 - 1 \ge \frac{19}{5} \Rightarrow a \ge \frac{2\sqrt{30}}{5}$或$a \le -\frac{2\sqrt{30}}{5}$

故$a \in \phi$

综上，$a \ge \frac{101}{20}$或$a \le -\frac{101}{20}$.--12 分