

绝密★启用前

雅礼中学 2020 届高三月考试卷(六)

数 学(文科)

注意事项:

- 1.本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效。
- 3.回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 4.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.每小题所给的四个选项中只有一个是正确的.

1.集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{y | y = x - 2, x \in A\}$, 则集合 $A \cap B =$

- A. $\{x | 1 < x < 3\}$ B. $\{x | -1 < x < 3\}$ C. $\{x | -1 < x < 1\}$ D. \emptyset

2.复数 $z = 1 - 2i$ 的虚部为

- A. $2i$ B. $-2i$ C. 2 D. -2

3. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数,且在 $(-\infty, 1)$ 上是减函数,设 $a = f(0.3^2), b = f(\log_2^5), c = f(2^{0.3})$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $b < c < a$ B. $a < b < c$ C. $c < b < a$ D. $a < c < b$.

4.若实数 x, y 满足 $x + y > 0$, 则 " $x > 0$ " 是 " $x^2 > y^2$ " 的

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充分必要条件

D.既不充分也不必要条件

5.在长方形 ABCD 中, AB=2, AD=1, 点 E 为 BC 的中点, 点 F 为 CD 的中点, 则 $\overline{AE} \cdot \overline{BF} =$

A. -1

B. $-\frac{3}{2}$

C. -2

D. $-\frac{5}{2}$

6.一只小虫在边长为 2 的正方形内部爬行, 到各顶点的距离不小于 1 时为安全区域, 则小虫在安全区域内爬行的概率是

A. $1 - \frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $1 - \frac{\pi}{6}$

D. $\frac{\pi}{6}$

7.已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的最小正周期为 π , 若将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称, 则函数 $f(x)$ 的图象

A.关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称

B.关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称

C.关于点 $(\frac{\pi}{2}, 0)$ 对称

D.关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称

8.已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 5x + 2y - 18 \leq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$, 若直线 $kx - y + 1 = 0$ 经过该可行域, 则实数 k 的

最大值是

A.1

B. $\frac{3}{2}$

C.2

D.3

9.两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$, 其前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n+2}{n+3}$, 则 $\frac{a_2+a_{20}}{b_7+b_{15}}$ 等于

A. $\frac{9}{4}$

B. $\frac{37}{8}$

C. $\frac{79}{14}$

D. $\frac{149}{24}$

10.已知三个实数 2, b , 8 成等比数列, 则双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程为

A. $3x \pm 4y = 0$

B. $4x \pm 3y = 0$

C. $\sqrt{3}x \pm 2y = 0$

D. $9x \pm 16y = 0$

11.定义在 \mathbb{R} 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(-2) = 1$, 则 $f(x-2) \leq 1$ 时

x 的取值范围是

- A. $[0,4]$ B. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ C. $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ D. $[-2, 2]$

12. 已知函数 $f(x) = e^x - e$, $g(x) = \ln x + 1$, 若对于 $\forall x_1 \in \mathbb{R}, \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 则 $x_1 - x_2$ 的最大值为

- A. e B. $1 - e$ C. 1 D. $1 - \frac{1}{e}$

第II卷

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若 $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) =$ _____

14. 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 $\frac{3}{4}\pi$, $\vec{a} = (-3, 4)$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$, 则 \vec{b} 的模长是_____。

15. 直角 $\triangle ABC$ 的三个顶点都在球 O 的球面上, $AB = AC = 2$, 若球 O 的表面积为 12π , 则球心 O 到平面 ABC 的距离等于_____。

16. 设 $f(x), g(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的两个周期函数, $f(x)$ 的周期为 4, $g(x)$ 的周期为 2, 且

$f(x)$ 是奇函数. 当 $x \in (0, 2]$ 时, $f(x) = \sqrt{1 - (x-1)^2}$, $g(x) = \begin{cases} k(x+2), 0 < x \leq 1 \\ -\frac{1}{2}, 1 < x \leq 2 \end{cases}$ 其中 $k > 0$.

若在区间 $(0, 9]$ 上, 关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 有 8 个不同的实数根, 则 k 的取值范围是_____。

三、解答题:本大题共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

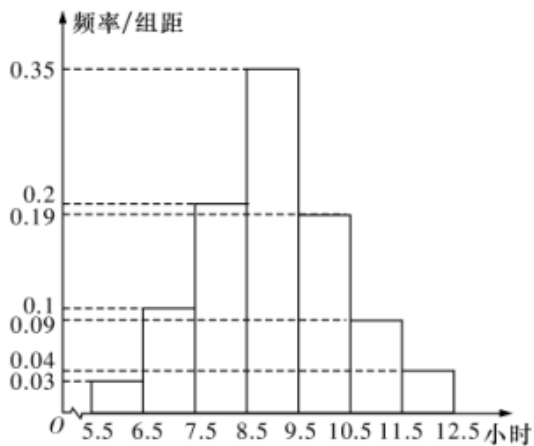
在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且满足 $4\cos^2 \frac{A}{2} - \cos 2(B+C) = \frac{7}{2}$

(1) 求角 A 的大小;

(2)若 $b+c=3$, 求 a 的最小值.

18. (本小题满分 12 分)

2019 年 2 月 13 日《烟台市全民阅读促进条例》全文发布,旨在保障全民阅读权利,培养全民阅读习惯,提高全民阅读能力,推动文明城市和文化强市建设.某高校为了解条例发布以来全校学生的阅读情况,随机调查了 200 名学生每周阅读时间 x (单位:小时)并绘制如图所示的频率分布直方图.



(1)求这 200 名学生每周阅读时间的样本平均数 \bar{x} 和中位数 a (a 的值精确到 0.01);

(2)为查找影响学生阅读时间的因素,学校团委决定从每周阅读时间为 $[6.5, 7.5)$, $[7.5, 8.5)$ 的学生中抽取 9 名参加座谈会.

(i)你认为 9 个名额应该怎么分配?并说明理由;

(ii)座谈中发现 9 名学生中理工类专业的较多,请根据 200 名学生的调研数据,填写下面的列联表,并判断是否有 95%的把握认为学生阅读时间不足(每周阅读时间不足 8.5 小时)与“是否理工类专业”有关?

	阅读时间不足 8.5 小时	阅读时间不少于 8.5 小时
理工类专业	40	60
非理工类专业		

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \quad (n=a+b+c+d).$$

临界值表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图 1,等腰梯形 ABCD 中,AD//BC, AB=AE=BE=CD=2, BC=ED=4, O 为 BE 中点, F 为 BC 中点. 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $\triangle A'BE$ 的位置,如图 2.

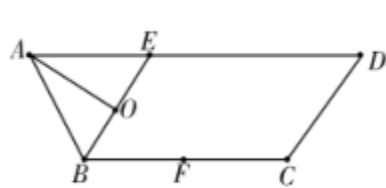


图1

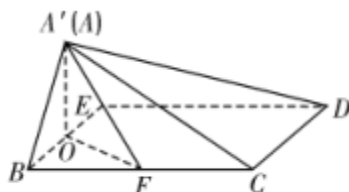


图2

(1)证明: $CD \perp$ 平面 $A'OF$;

(2)若平面 $A'BE \perp$ 平面 $BCDE$, 求点 F 到平面 $A'EC$ 的距离.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(2,1)$, 且离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)已知斜率为 -1 的直线 l 与椭圆 C 交于两个不同点 A 、 B , 点 P 的坐标为 $(2,1)$, 设直线 PA 与 PB 的倾斜角分别为 α 、 β 证明: $\alpha + \beta = \pi$.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = e^x - a \ln x (a \in R)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $a = -1$ 时, 不等式 $f(x) > e + m(x-1)$ 对任意 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4—4: 坐标系与参数方程.

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + r \cos \varphi \\ y = 1 + r \sin \varphi \end{cases} (r > 0, \varphi \text{ 为参数})$, 以坐标

原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) = 1$,

若直线 l 与曲线 C 相切.

(1) 求曲线 C 的极坐标方程;

(2) 在曲线 C 上取两点 M 、 N 与原点 O 构成 $\triangle MON$, 且满足 $\angle MON = \frac{\pi}{6}$, 求 $\triangle MON$ 面积

的最大值.

23. (本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

设函数 $f(x) = k|x| - |2x - 1|$

(1)当 $k=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(2)当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) + b > 0$ 恒成立, 求 $k + b$ 的最小值.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国强基计划、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国中学大联考 2020 届高三下学期模考试题及答案汇总（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/202002/42364.html>