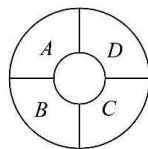


2022--2023 学年第一学期高三期末学情调研测试

数学试题

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | -2 < x < 6\}$, 则()
A. $B \subseteq A$ B. $A = B$ C. $A \subseteq B$ D. $A \cap B = B$
- 若 i 为虚数单位, 复数 z 满足 $z(1+i) = |3+4i| - i$, 则 z 的实部为()
A. -3 B. 3 C. -2 D. 2
- 已知向量 $\vec{a} = (2, 0)$, $\vec{b} = (x, 2\sqrt{3})$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, 则 $x =$ ()
A. 2 B. -2 C. 1 D. -1
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_3 = 1$, $a_2 + a_4 = 3$, 则 $a_5 + a_7$ 的值为()
A. 27 B. 9 C. 81 D. 3
- 某地市在一次测试中, 高三学生数学成绩 ξ 服从正态分布 $N(80, \sigma^2)$, 已知 $P(50 < \xi < 80) = 0.3$, 若按成绩分层抽样的方式取 100 份试卷进行分析, 则应从 110 分以上的试卷中抽取()
A. 15 份 B. 20 份 C. 25 份 D. 30 份
- 如图, 一圆形信号灯分成 A, B, C, D 四块灯带区域, 现有 4 种不同的颜色供灯带使用, 要求在每块灯带里选择 1 种颜色, 且相邻的 2 块灯带选择不同的颜色, 则不同的信号总数为()
A. 96 B. 84 C. 60 D. 48
- 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足下列两个条件: ①. 当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x) = 2^x - 1$; ②. 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) + 2f(x+1) = 0$. 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有且仅有 2 个零点, 则实数 m 的取值范围是()
A. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{4}, 1)$ B. $(-1, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{4}, 1)$
C. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}] \cup [\frac{1}{8}, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{2}, 1)$
- 一球的表面积为 4π , 它的内接圆锥的母线长为 l , 且 $1 \leq l \leq \sqrt{3}$, 则该内接圆锥体积的取值范围是()
A. $[\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}]$ B. $[\frac{\pi}{8}, \frac{32\pi}{81}]$ C. $[\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}]$ D. $[\frac{\sqrt{2}\pi}{12}, \frac{3\pi}{8}]$



二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)，其图象相邻对称中心间的距离为 $\frac{\pi}{4}$ ，

直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 是其中一条对称轴，则下列结论正确的是()

- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π
- B. 函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}]$ 上单调递增
- C. 点 $(\frac{5\pi}{24}, 0)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心
- D. 将函数 $f(x)$ 图象上所有点横坐标伸长为原来的 4 倍，纵坐标缩短为原来的一半，再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度，可得到余弦函数 $g(x) = \cos x$ 的图象

10. 已知非零常数 a ，若点 A 的坐标为 $(-a, 0)$ ，点 B 的坐标为 $(a, 0)$ ，直线 AP 与 BP 相交于点 P ，且它们的斜率之积为非零常数 k ，那么下列说法中正确的有()

- A. 当 $k < -1$ 时，点 P 的轨迹加上 A, B 两点所形成的曲线是焦点在 x 轴上的椭圆
- B. 当 $k = -1$ 时，点 P 的轨迹加上 A, B 两点所形成的曲线是圆心在原点的圆
- C. 当 $-1 < k < 0$ 时，点 P 的轨迹加上 A, B 两点所形成的曲线是焦点在 y 轴上的椭圆
- D. 当 $k > 0$ 时，点 P 的轨迹加上 A, B 两点所形成的曲线是焦点在 x 轴上的双曲线

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， $\overrightarrow{BP} = x\overrightarrow{BC} + y\overrightarrow{BB_1}$ ($x \in [0, 1], y \in [0, 1]$)，则()

- A. 当 $x = y$ 时，三棱锥 D_1-ACP 的体积为定值
- B. 当 $y = \frac{1}{2}$ 时， $DP \perp CD_1$
- C. 当 $x + y = 1$ 时， $AP \parallel$ 平面 A_1C_1D
- D. 当 $x = y = \frac{1}{2}$ 时，三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 2π

12. 已知函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ax^2$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，则下列结论正确的是()

- A. $a > e$
- B. $x_2 > e$
- C. $f(x_1) > \frac{a}{2}$
- D. $f(x_2) < \frac{e}{2}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $(x+2\sqrt{x})^5$ 的展开式中， x^4 的系数为_____.

14. 已知随机变量 ξ 满足 $\xi \sim B(2, p)$ ，若 $P(\xi \leq 1) = \frac{3}{4}$ ，则 $p =$ _____.

15. 若曲线 $y = x^3 - 2x^2 + m$ 与曲线 $y = 4x^2 + 1$ 有一条过原点的公切线，则 m 的值为_____.

16. 已知圆 C_1 和圆 C_2 与 x 轴和直线 $y = kx (k > 0)$ 相切，两圆交于 P, Q 两点，其中 P 点坐标为 $(4, 3)$ ，若两圆半径之积为 $\frac{25}{4}$ ，则点 k 的值为_____.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 3$ ，且满足 $a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{a_n + 1}$.

(1) 求证：数列 $\left\{\frac{1}{a_n - 1}\right\}$ 为等差数列；

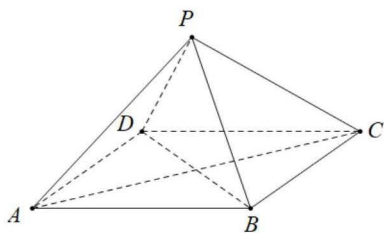
(2) 若 $b_n = (a_{n+1} - 1)(a_n - 1) (n \in \mathbb{N}^*)$ ，求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 S_n .

18. 在平面四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ， $\angle ADC = \frac{\pi}{2}$ ， $BC = 2$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$ ，求 AC ；

(2) 若 $AD = 5$ ， $\angle BAC = \angle DAC$ ，求 $\tan \angle ACD$.

19. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形， $PB = PD$.



(1) 证明：平面 $PAC \perp$ 平面 $ABCD$ ；

(2) 若 $PA = AD = \sqrt{2}PD$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，求平面 PBC 与平面 PAD 所成锐二面角的余弦值.

20. 某校为了合理配置校本课程资源，教务部门对学生们进行了问卷调查. 据统计，其中 $\frac{1}{4}$ 的学生计划只选择校本课程一，另外 $\frac{3}{4}$ 的学生计划既选择校本课程一又选择校本课程二. 每位学生若只选择校本课程一，则记 1 分；若既选择校本课程一又选择校本课程二，则记 2 分. 假设每位选择校本课程一的学生是否计划选择校本课程二相互独立，视频率为概率.
- (1) 从学生中随机抽取 3 人，记这 3 人的合计得分为 X ，求 X 的分布列和数学期望；
- (2) 从学生中随机抽取 n 人 ($n \in N^*$)，记这 n 人的合计得分恰为 $n+1$ 分的概率为 P_n ，求 $P_1 + P_2 + \cdots + P_n$ ；

21. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$ ，右顶点为 $A_2(2, 0)$.

- (1) 求椭圆 E 的方程；
- (2) 过点 $T(1, 0)$ 作两条斜率分别为 k_1, k_2 的动直线 l_1, l_2 分别交椭圆于点 A, B, C, D ，点 M, N 分别为线段 AB, CD 中点，若 $(k_1 + 1)(k_2 + 1) = 2$ ，试判断直线 MN 是否经过定点，并说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{2e^x}$, $g(x) = x - \ln x + m$.

- (1) 若 $f(x)$ 的最值和 $g(x)$ 的最值相等，求 m 的值；
- (2) 证明：若函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 ，则 $\ln x_1 + \ln x_2 < 0$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线