高 2023 级高一下期七校联考数学

一．选择题（60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	D	D	A	B	C	B	AC	ABD	CD	BCD

二．填空题（20 分）

13. $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$；　14. 40；　15. 25π；　16. 2。

三．解答题（70 分）

17.（10 分）【详解】（1）$\because |\vec{a}|=5,|\vec{b}|=2$，

$(\vec{a}-2\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})=2\vec{a}^2-3\vec{a}.\vec{b}-2\vec{b}^2=2|a|^2-3|\vec{a}|.|\vec{b}|\cos\theta-2|\vec{b}|^2$，　（4 分）

$=50-30\cos\theta-8=27$

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2}$，$\therefore \theta=60^\circ$，$\therefore$向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角 $\theta=60^\circ$．　（5 分）

（2）$\left|3\vec{a}-\vec{b}\right|^2=9\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2-6\vec{a}\cdot\vec{b}=225+4-30=199$

$\therefore \left|3\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{199}$

.　（10 分）

18.（12 分）【详解】（1）因为 $c\sin(B+C-A)=a\sin(A+B)$

由正弦定理得 $\sin C\sin(\pi-2A)=\sin A\sin(\pi-C)=\sin C\sin A$，　（2 分）

因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\sin(\pi-2A)=\sin A$，　（3 分）

即 $\sin 2A=2\sin A\cos A=\sin A$.因为 $\sin A\neq 0$，所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，　（5 分）

因为 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$．　（6 分）

（2）由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$，可得 $bc=8$．　（8 分）

因为 $\sin B=2\sin C$，所以 $b=2c$，解得 $b=4,c=2$　（10 分）

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=12$，$a=2\sqrt{3}$，所以周长为 $6+2\sqrt{3}$．（12 分）

19.（12 分）【详解】(1) 取 PA 的中点 M，连接 HM,MB，（2 分）

因为 H 为 PD 的中点，且 M 为 PA 的中点，

则 $HM=\frac{1}{2}AD$ 且 $HM//AD$，$BD=\frac{1}{2}AD$ 且 $BD//AD$，

所以 $HM//BD$ 且 $HM=BD$，所以四边形 $DHMB$ 为平行四边形，（4 分）

所以 $EH//BM$，

又由 $EH\not\subset$ 平面 PAB，$BM\subset$ 平面 PAB，所以 $EH//$ 平面 PAB．（6 分）

由 (1) $V_{E-PAB}=V_{P-ABE}$

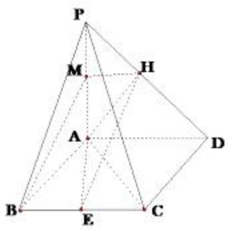
$$h\times\frac{1}{2}\times4\times3=3\times\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}$$

$$\therefore h=\sqrt{3}$$

法 2：

$PA\perp$ 平面$ABCD$
$\therefore$ 平面$PAB\perp$ 平面$ABCD$
平面$PAB\cap$ 平面$ABCD=AB$
过E点做$EF\perp AB$,交AB于点F
$\therefore EF\perp$ 平面PAB
$EF=\sqrt{3}$

故 E 点到平面 PAB 的距离为 $\sqrt{3}$。（12 分）

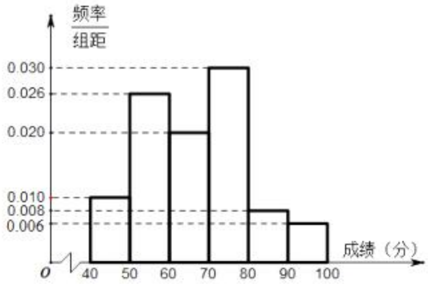


20.（12 分）【详解】(1) 由图可得分数在 $[80,90)$ 内的频率为

$1-10(0.006+0.010+0.020+0.026+0.030)=0.08$，

$0.08\div10=0.008$，

所以频率分布直方图如下：



（2 分）

所以本次考试成绩的平均数约为 $45\times0.010\times10+55\times0.026\times10+65\times0.020\times10$

$+75\times0.030\times10+85\times0.08+95\times0.006\times10=66.8$.（4 分）

（2）由题可知第 65 百分数应该在 $[70,80)$ 内，所以第 65 百分数$=70+\dfrac{0.65-0.56}{0.86-0.56}\times10=73$，

（7 分）

（3）第 5 组人数为 $50\times0.08=4$，

第 6 组人数为 $50\times0.06=3$（8 分）

被抽取的成绩在 $[80,90)$ 内的 4 人，分别记为 a，b，c，d；

成绩在 $[90,100]$ 内的 3 人，分别记为 A，B，C；则从这 7 人中随机抽取 2 人的情况为：

$(a,b),(a,c),(a,d),(a,A),(a,B),(a,C).(b,c),(b,d),(b,A),(b,B),(b,C),$

$(c,d),(c,A),(c,B),(c,C),(d,A),(d,B),(d,C),(A,B),(A,C),(B,C)$

共 21 种；（10 分）

被抽到 2 人中至少有 1 人成绩优秀的情况为：

$(a,A),(a,B),(a,C),(b,A),(b,B),(b,C),(c,A),(c,B),(c,C),(d,A),(d,B),(d,C),$

$(A,B),(A,C),(B,C)$.共 15 种.（11 分）

故抽到 2 人中至少有 1 人成绩优秀的概率为：$P=\dfrac{5}{7}$.（12 分）

21.（12 分【详解】（1）在 ΔABD 中，因为 $\angle A=60^\circ$，$AD=2$，$AB=4$，

由余弦定理得 $BD=\sqrt{AD^2+AB^2-2AD\cdot AB\cos60^\circ}=2\sqrt{3}$，

所以 $BD^2+AD^2=AB^2$，所以 $AD\perp BD$，所以 $\angle ADB=90^\circ,\angle DBC=90^\circ$（2 分）

作 $DF\perp A'B$ 于点 F，

因为平面 $A'BC\perp$ 平面 $A'BD$，平面 $A'BC\bigcap$ 平面 $A'BD=A'B$，

所以 $DF\perp$ 平面 $A'BC$，所以 $DF\perp BC$， （4 分）

又因为 $CB\perp BD,BD\bigcap DF=D$，所以 $CB\perp$ 平面 $A'DB$，

因为 $A'D\subset$ 平面 $A'DB$，所以 $CB\perp A'D$，

又由 $A'D\perp BD,BD\bigcap CB=B$，所以 $A'D\perp$ 平面 BCD.

所以平面 $A'DB\perp$ 平面 BCD； （6 分）

（2）存在点 M，当 M 是 $A'C$ 的中点，有二面角 $M-BD-C$ 的大小为 45°。 （7 分）

证明如下：有（1）知 $A'D\perp$ 平面BDC', $\therefore A'D\perp DC$，且

$A'D=1,DC=2,\therefore A'C=\sqrt{5}$, 又因为$M$是$A'C$的中点, $\therefore DM=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$,

同理可得：BM=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$， （8 分）

取 BD 的中点为 O,DC 的中点为 E，连接 MO,EM,OE

有 $MO\perp BD,OE\perp BD,\therefore \angle MOE$就是二面角$M-BD-C$的平面角。 （10 分）

又因为 $OM=\dfrac{\sqrt{2}}{2},OE=1,ME=1,\therefore \angle MOE=45^{0}$. （12 分）

22. （12 分）（1）记 AB$=c,AC=b$，因为 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta ACD}$ （2 分）

所以 $S=\dfrac{1}{2}\times c\times 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\times b\times 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{2}bc\geq\sqrt{2bc}$ （4 分）

$\therefore bc\geq 8$，$S\geq 4$ （6 分）

（2）法一：记 $\angle BAD=\theta$，AB$=c,AC=b$，因为$S_{\Delta ABC}$面积不小于 $2\sqrt{3}$，即 $S_{\min}\geq 2\sqrt{3}$

则 $S=\dfrac{1}{2}\times c\times 2\times\sin\theta+\dfrac{1}{2}\times b\times 2\times\sin(\dfrac{\pi}{2}-\theta)=\dfrac{1}{2}bc$ （8 分）

$2c\sin\theta+2b\cos\theta=bc\geq 2\sqrt{2c\sin\theta\cdot 2b\cos\theta}$

$\therefore bc\geq 8\sin 2\theta$

$S\geq 4\sin 2\theta$

$\therefore 4\sin 2\theta \geq 2\sqrt{3}$，又$\because \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$ （11 分）

$\because \theta \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ （12 分）

法二：过 D 分别作 AB，AC 平行线交 AC，AB 于 E,F，

记$\angle BAD = \theta$，$CE = m, FB = n,$

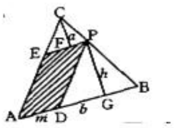
则 $ED = AF = 2\cos\theta$，$AE = DF = 2\sin\theta$，且 $\frac{m}{2\cos\theta} = \frac{2\sin\theta}{n}$

$S = \frac{1}{2}(2\cos\theta + n)(2\sin\theta + m) = \frac{1}{2}(4\sin\theta\cos\theta + 2n\sin\theta + 2m\cos\theta + mn)$

$\geq 4\sin 2\theta$

拓展（百度三角形面积最小值定理）：

ΔABC中，边AB, AC所在的直线为定直线，边BC所在的直线是经过$\angle BAC$内一定点P的动直线，过P作$PD // AC$交AB于D，$PE // AB$交AC于E.那么直线BC变动时，ΔABC面积的最小值为$2S_{ADPE}$，此时P为线段BC中点



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》