机密 ★ 考试结束前

温州市普通高中2023届高三第二次适应性考试

数学试题卷

2023.3

本试卷共6页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卷上。将条形码横贴在答题卷右上角“条形码粘贴处”。

2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卷上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试题卷上。

3. 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4. 考生必须保持答题卷的整洁，不要折叠、不要弄破。

选择题部分（共60分）

一、选择题：本大题 8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 复数$1+\dfrac{1}{1+i}$在复平面内对应的点在（ ▲ ）

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. 已知随机变量X服从正态分布$N(2,\sigma^2)$，且$P(X>3)=\dfrac{1}{6}$，则$P(X<1)=$（ ▲ ）

A. $\dfrac{1}{3}$ B. $\dfrac{2}{3}$ C. $\dfrac{1}{6}$ D. $\dfrac{5}{6}$

3. $(1+x)^n$展开式中二项式系数最大的是C_n^5，则n不可能是（ ▲ ）

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

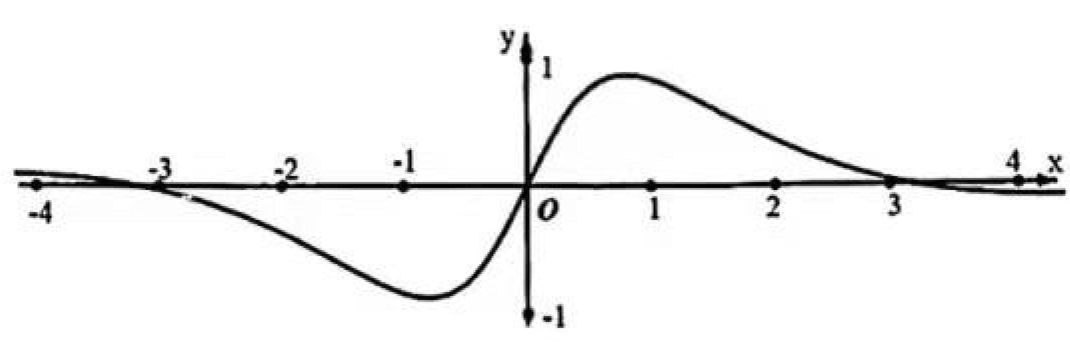
4. 某个函数的大致图象如图所示，则该函数可能是（ ▲ ）

A. $y=\dfrac{x}{x^2+1}$

B. $y=\dfrac{2\sin x}{x^2+1}$

C. $y=\dfrac{2\cos x}{x^2+1}$

D. $y=\dfrac{-x^3+\sin x}{x^2+1}$



第4题图

5. 已知一个抛物线形拱桥在一次暴雨前后的水位之差是1.5m，暴雨后的水面宽为2m，暴雨来临之前的水面宽为4m，暴雨后的水面离桥拱顶的距离为（ ▲ ）

A. 0.5m　　B. 1m　　C. 1.5m　　D. 2m

6. 一枚质地均匀的骰子，其六个面的点数分别为$1,2,3,4,5,6$．现将此骰子任意抛掷2次，正面向上的点数分别为X_1,X_2．设$Y_1=\begin{cases}X_1,X_1\geq X_2\\X_2,X_1<X_2\end{cases}$，$Y_2=\begin{cases}X_1,X_1\leq X_2\\X_2,X_1>X_2\end{cases}$，记事件$A=$“$Y_1=5$”，事件$B=$“$Y_2=3$”，则$P(B|A)=$（ ▲ ）

A. $\dfrac{1}{9}$　　B. $\dfrac{2}{9}$　　C. $\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{2}{11}$

7. 已知$a=\mathrm{e}^{0.1}$，$b=\sqrt[3]{1.3}$，$c=1.05^2$，则（ ▲ ）

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $b>c>a$　　D. $a>c>b$

8. 已知正四棱锥$O-ABCD$的底面边长为$\sqrt{6}$,高为3.以点O为球心,$\sqrt{2}$为半径的球O与过点A,B,C,D的球O_1相交，相交圆的面积为π,则球O_1的半径为（ ▲ ）

A. $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$或$\sqrt{6}$　　B. $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$或$\dfrac{\sqrt{97}}{4}$　　C. $\sqrt{3}$或$\dfrac{\sqrt{97}}{4}$　　D. $\sqrt{3}$或$\sqrt{6}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. S_n是等比数列$\{a_n\}$的前n项和，若存在$a,b,c\in\mathbf{R}$，使得$S_n=a\cdot b^n+c$，则（ ▲ ）

A. $a+c=0$　　B. b是数列$\{a_n\}$的公比　　C. $ac<0$　　D. $\{a_n\}$可能为常数列

10. 已知圆的方程为$(x-m)^2+(y-m)^2=m^2$，对任意的$m>0$，该圆（ ▲ ）

A. 圆心在一条直线上　　B. 与坐标轴相切

C. 与直线$y=-x$不相交　　D. 不过点（1,1）

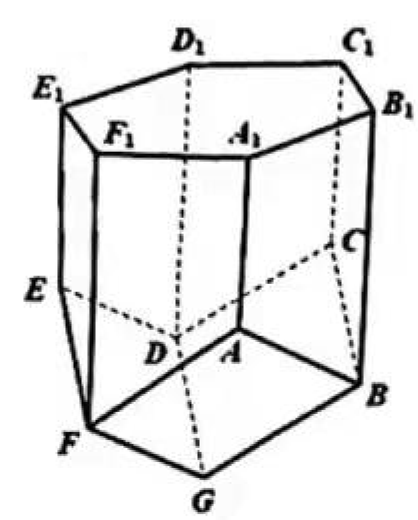
11. 蜜蜂是自然界的建筑大师，在18世纪初，法国数学家马拉尔迪指出，蜂巢是由许许多多类似正六棱柱形状的蜂房（如图）构成，其中每个蜂房的底部都是由三个全等的菱形构成，每个菱形钝角的余弦值是$-\dfrac{1}{3}$，则（ ▲ ）

A. $AB//$平面EDD_1E_1

B. $AB\perp EF$

C. 蜂房底部的三个菱形所在的平面两两垂直

D. 该几何体的体积与以六边形$A_1B_1C_1D_1E_1F_1$为底面，以BB_1为高的正六棱柱的体积相等



第11题图

12. 函数$f(x)=\left(x+\frac{a}{x}\right)\ln|x|+b\ (a,b\in\mathbf{R})$，则（ ▲ ）

A. $\exists a\in\mathbf{R}$，使得$f(x)$在$(0,+\infty)$上递减

B. $\exists a,b\in\mathbf{R}$，使得直线$y=2x-1$为曲线$y=f(x)$的切线

C. $\exists a\in\mathbf{R}$，使得b既为$f(x)$的极大值也为$f(x)$的极小值

D. $\exists a,b\in\mathbf{R}$，使得$f(x)$在$(0,+\infty)$上有两个零点x_1,x_2，且$x_1x_2=1$

非选择题部分（共90分）

三、填空题：本大题共4小题，每题5分，共20分．把答案填在题中的横线上．

13. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,\lambda)$，若$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})//(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则$\lambda=$__▲__．

14. 已知抛物线$y^2=4x$和椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$相交于$A,B$两点，且抛物线的焦点$F$也是椭圆的焦点，若直线$AB$过点$F$，则椭圆的离心率是__▲__．

15. 平面内有四条平行线，相邻两条间距为1，每条直线上各取一点围成矩形，则该矩形面积的最小值是__▲__．

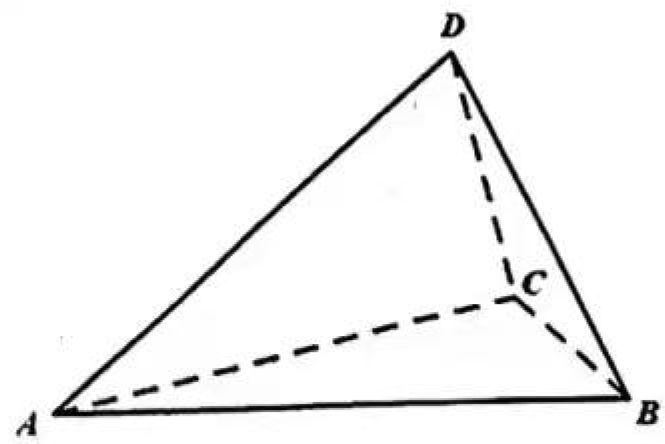
16. 若数列a_1,a_2,a_3,a_4满足$a_1+a_4=a_2+a_3$，则称此数列为“准等差数列”．现从$1,2,\cdots,9,10$这10个数中随机选取4个不同的数，则这4个数经过适当的排列后可以构成“准等差数列”的概率是__▲__．

四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分10分）已知三棱锥$D-ABC$中，ΔBCD是边长为3的正三角形，$AB=AC=AD$，AD与平面BCD所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$．

（1）求证：$AD\perp BC$；

（2）求二面角$D-AC-B$的平面角的正弦值．



第17题图

18.（本小题满分 12 分）已知$\{a_n\}$是首项为 1 的等差数列，公差$d>0$，$\{b_n\}$是首项为 2 的等比数列，$a_4=b_2$，$a_8=b_3$.

（1）求$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$的第m项b_m满足__▲__（在①②中任选一个条件），$k\in\mathbf{N}^*$，则将其去掉，数列$\{b_n\}$剩余的各项按原顺序组成一个新的数列$\{c_n\}$，求$\{c_n\}$的前 20 项和S_{20}.

①$\log_4 b_m=a_k$ ②$b_m=3a_k+1$

19.（本小题满分 12 分）在一次全市的联考中，某校高三有100位学生选择"物化生"组合，100位学生选择"物化地"组合，现从上述的学生中分层抽取100人，将他们此次联考的化学原始成绩作为样本，分为6组：$[60,65)$，$[65,70)$，$[70,75)$，$[75,80)$，$[80,85)$，$[85,90]$，得到如图所示的频率分布直方图.

（1）求直方图中a的值；

（2）在抽取的100位学生中，规定原始成绩不低于80分为"优秀"，低于80分为"不够优秀"，请将下面的2×2列联表补充完整，并判断是否有90%的把握认为成绩是否优秀与所选的组合有关？

（3）浙江省高考的选考科目采用等级赋分制，等级赋分的分差为 1 分，具体操作步骤如下：

第一步：将原始成绩从高到低排列，按人数比例划分为 20 个赋分区间.

第二步：对每个区间的原始成绩进行等比例转换，公式为：

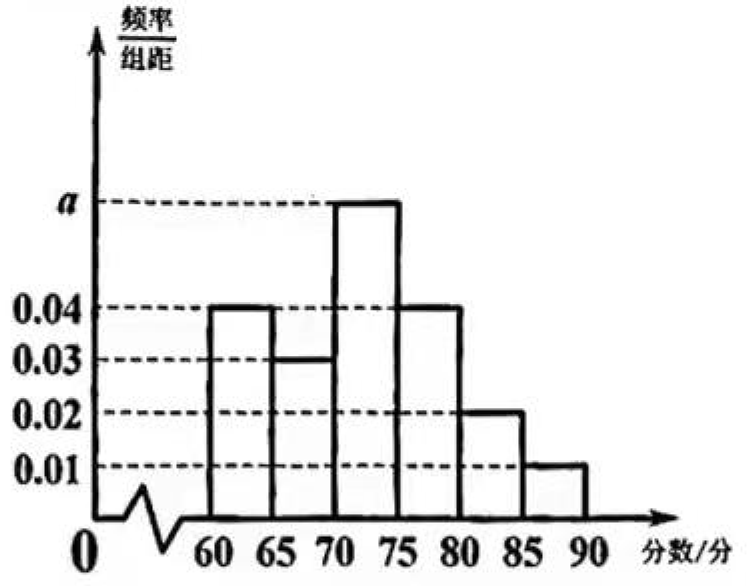
$$\frac{s_2-s}{s-s_1}=\frac{t_2-t}{t-t_1}$$

其中s_1,s_2分别是该区间原始成绩的最低分、最高分；t_1,t_2分别是该区间等级分的最低分、最高分；s为某考生原始成绩，t为转换结果.

第三步：将转换结果t四舍五入，确定为该考生的最终等级分.

本次联考采用浙江选考等级赋分制，已知全市所有的考生原始成绩从高到低前 3% 的考

生被划分至[97,100]的赋分区间，甲、乙两位考生的化学原始成绩分别为85、90，最终的等级分为98、99．试问：本次联考全市化学原始成绩的最高分是否可能是91分？请说明理由．



	优秀	不够优秀	总计
“物化生”组合		40	
“物化地”组合			
总计			

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.01	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

20.（本小题满分12分）已知ΔABC满足$2\sin C\sin(B-A)=2\sin A\sin C-\sin^2 B$.

（1）试问：角B是否可能为直角？请说明理由；

（2）若ΔABC为锐角三角形，求$\dfrac{\sin C}{\sin A}$的取值范围.

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{a}{2}x^2-x-x\ln x\left(a\in\mathbf{R}\right)$.

（1）若 $a=2$，求方程 $f(x)=0$ 的解；

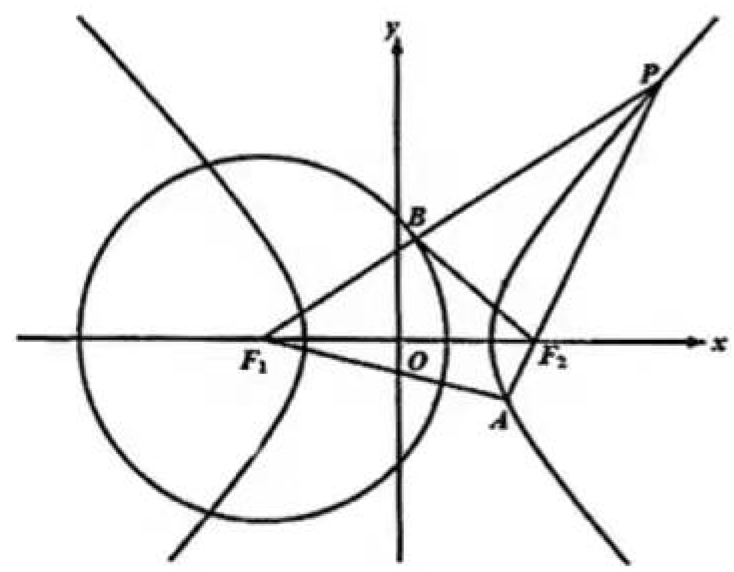
（2）若 $f(x)$ 有两个零点且有两个极值点，记两个极值点为 x_1，x_2，求 a 的取值范围并证明

$$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<\frac{1}{2\mathrm{e}}.$$

22.（本小题满分 12 分）已知点 F_1,F_2 分别是双曲线 $C_1:x^2-y^2=2$ 的左右焦点，过 F_2 的直线交双曲线右支于 P,A 两点，点 P 在第一象限.

（1）求点 P 横坐标的取值范围；

（2）线段 PF_1 交圆 $C_2:\left(x+2\right)^2+y^2=8$ 于点 B，记 ΔPF_2B，ΔAF_2F_1，ΔPAF_1 的面积分别为 S_1,S_2,S，求 $\dfrac{S}{S_1}+\dfrac{S}{S_2}$ 的最小值.



第22题图