绝密★启用前

2023 学年普通高等学校全国统一模拟招生考试
新未来 4 月高一联考

数　学

全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-8x+12<0\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|1<x\leqslant 4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4\}$　　C. $\{3\}$　　D. $\varnothing$

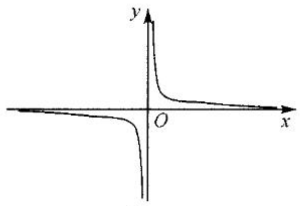
2. 已知 a 为实数，若复数 $z=(a^2-1)+(a+1)\mathrm{i}$ 为纯虚数，则 $\dfrac{a+\mathrm{i}^{2023}}{1+\mathrm{i}}=$

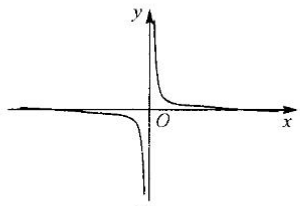
A. i　　B. $-\mathrm{i}$　　C. 1　　D. -1

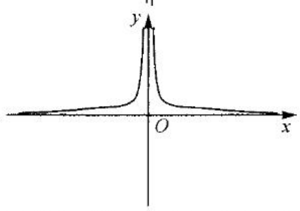
3. 在空间中，可以确定一个平面的条件是

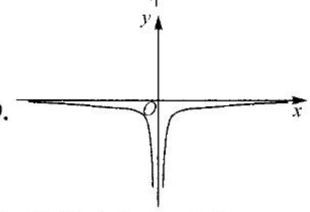
A. 两条直线　　B. 一个点和一条直线　　C. 三个点　　D. 一个三角形

4. 函数 $f(x)=\dfrac{x^2+\cos x}{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}$ 的图象大致为

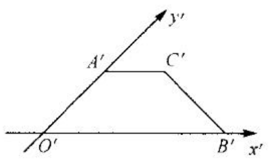
A.


B.


C.


D.


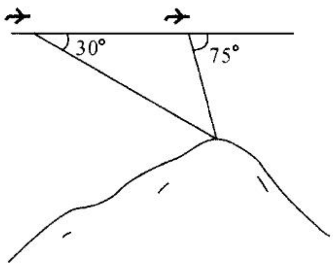
5. 若水平放置的四边形 $AOBC$ 按"斜二测画法"得到如图所示的直观图，四边形 $O'A'C'B'$ 为等腰梯形，$A'C'/\!/O'B'$，$A'C'=4$，$O'B'=8$，则原四边形 $AOBC$ 的面积为



A. $18\sqrt{2}$　　B. $20\sqrt{2}$

C. $22\sqrt{2}$　　D. $24\sqrt{2}$

6. 想测量一座山的高度，可以通过飞机的航行来完成，如图，飞机的航线和山顶在同一个铅垂平面内，已知飞机的高度为海拔 20 km，速度为 900 km/h，飞行员先看到山顶的俯角为 30°，经过 80 s 后又看到山顶的俯角为 75°，则山顶的海拔高度为



A. $5(\sqrt{3}+1)$ km

B. $5(\sqrt{3}-1)$ km

C. $5(3-\sqrt{3})$ km

D. $5(5-\sqrt{3})$ km

7. 已知条件 p：$\log_2(x+1)<2$，条件 q：$x^2-(2a+1)x+a^2+a\leqslant 0$，若 p 是 q 的必要而不充分条件，则实数 a 的取值范围为

A. $(-\infty,2)$　　B. $(-1,+\infty)$　　C. $(-1,2)$　　D. $[2,8]$

8. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=2CD=2$，$\angle ABC=60°$，$\angle ADC=90°$，若 P 为边 BC 上的一个动点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最小值是

A. -1　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{4}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 用一个平面去截一个几何体，得到的截面是一个圆面，则这个几何体可能是

A. 圆柱　　B. 棱柱　　C. 球　　D. 圆台

10. 设 n 是正整数，当一个数的 n 次乘方等于 1 时，称此数为 n 次"单位根"；在复数范围内，n 次单位根有 n 个，例如 $1,-1,\mathrm{i},-\mathrm{i}$ 是 $x^4=1$ 的四个根. $1,\omega_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i},\omega_2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ 是 $x^3=1$ 的三个根，则下列式子正确的是

A. $|\omega_1|=1$　　B. $\omega_1^2+\omega_1+1=0$　　C. $\omega_1+\omega_2^2=0$　　D. $\omega_2^2=\omega_1$

11. 在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，则下列条件中能判断△ABC 为钝角三角形的有

A. $a^2+b^2<c^2$　　B. $\sin A-\cos A=\frac{6}{5}$

C. $\tan A+\tan B+\tan C>0$　　D. △ABC 的三条高分别为 2,3,4

12. 著名数学家欧拉提出了如下定理：三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上，且重心到外心的距离是重心到垂心的距离的一半. 此直线被称为三角形的欧拉线，该定理被称为欧拉线定理. 已知△ABC 的外心为 O，重心为 G，垂心为 H，M 为 BC 的中点，且 $AB=5$，$AC=3$，则下列结论正确的有

A. O 为线段 GH 的中点　　B. $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}=-\frac{16}{3}$

C. $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}=-4$　　D. $\overrightarrow{GH}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知角 θ 的终边上有一点 $P(-4a,3a)(a>0)$，则 $\sin 2\theta$ 的值是________.

14. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 相互之间的夹角都为120°，$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$|\boldsymbol{c}|=3$，则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|=$________.

15. 有一个正六棱柱的机械零件，底面边长为 4 cm，高为 1 cm，则这个正六棱柱的机械零件的表面积为________cm^2.

16. 已知 O 是△ABC 内部的一点，且 $\overrightarrow{OA}=m\overrightarrow{OB}+n\overrightarrow{OC}(m,n\in\mathbf{R})$，△$ABC$ 和△ABO 的面积分别是 S_1,S_2，若 $S_1=3S_2$，则 $2n-m=$________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(m-1,-2)$，$\boldsymbol{b}=(-4,1)$，其中 $m\in\mathbf{R}$.

(1)若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，求实数 m 的值；

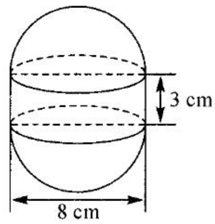
(2)若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，求向量 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角的大小.

18.（本小题满分 12 分）

如图，某种水箱用的“浮球”是由两个半球和一个圆柱筒组成，已知球的直径是 8 cm，圆柱筒长 3 cm.

(1)这种“浮球”的体积是多少cm^3？

(2)要在这样 1000 个“浮球”表面涂一层胶质，如果每平方厘米需要涂胶 0.02 克，共需胶多少克？



19.（本小题满分 12 分）

在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$\angle B=\frac{\pi}{3}$，点 D 在 BC 上，且$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$.

(1)若 $AD=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的面积；

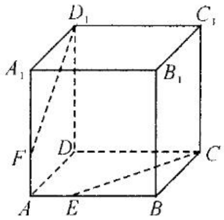
(2)若$\frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}=\sqrt{7}$，求 BC 的长.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是 AB,AA_1 上的点，且 $A_1F=2FA,BE=2AE$.

(1)证明：E,C,D_1,F 四点共面；

(2)设 $D_1F\cap CE=O$，证明：A,O,D 三点共线.



21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=xe^x$.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式，并证明函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增；

(2)若对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$f(ax^2-x)+f(a-x)>-ax^2+2x-a$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

22.（本小题满分 12 分）

设 $f_n(x)=\sin^n\omega x+\cos^n\omega x$，其中 $\omega>0,n\in\mathbf{N}^*$.

(1)若 $f_6(x)$ 的最小正周期为 π，求 ω 的值；

(2)若对任意 $x_1,x_2\in\left[\frac{\pi}{16},\frac{\pi}{12}\right]$，$x_1<x_2$，恒有 $f_8(x_1)f_4(x_2)<f_4(x_1)f_8(x_2)$，求 ω 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。