

## 数学参考答案

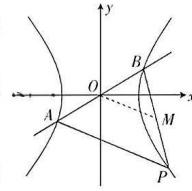
1. C 由题意可得  $A = \{x | x > 1\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < 4\}$ , 则  $A \cap B = \{x | 1 < x < 4\}$ .
2. D 由题意可得  $(a+bi)i = (1+2i)(1+i)$ , 则  $-b+ai = -1+3i$ , 从而  $a=3, b=1$ , 故  $ab=3$ .
3. D 以拱顶为坐标原点, 建立直角坐标系(图略), 可设拱桥所在抛物线的方程为  $x^2 = -2py$  ( $p > 0$ ), 则  $16 = 4p$ , 得  $p=4$ , 则抛物线的方程为  $x^2 = -8y$ . 当  $x=5$  时,  $y = -\frac{25}{8}$ , 故当水面宽度为 10 米时, 拱顶与水面之间的距离为  $\frac{25}{8}$  米.
4. C 由等差数列的性质可得  $a_4 + a_8 = a_5 + a_7 = a_5 + 4$ , 则  $a_7 = 4$ , 故  $S_{13} = 13a_7 = 52$ .
5. B  $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \sin(2x + \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{2}) = \cos(2x - \frac{3\pi}{4})$ , 故为了得到  $f(x)$  的图象, 只需将  $g(x)$  的图象向右平移  $\frac{3\pi}{8}$  个单位长度.
6. C 因为  $f(x) = x^3 + \frac{f'(2)}{5}x^2 - 9x$ , 所以  $f'(x) = 3x^2 + \frac{2f'(2)}{5}x - 9$ , 则  $f'(2) = 12 + \frac{4}{5}f'(2) - 9$ , 解得  $f'(2) = 15$ , 故  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ ,  $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$ . 当  $x < -3$  或  $x > 1$  时,  $f'(x) > 0$ , 当  $-3 < x < 1$  时,  $f'(x) < 0$ , 故当  $x = -3$  时,  $f(x)$  取得极大值 27.
7. A 当  $x, y \in (0, +\infty)$  时,  $\frac{4x^4 + 17x^2y + 4y^3}{x^2 + 2xy + y^2} = \frac{(4x^2 + y)(x^2 + 4y)}{(x^2 + y)^2} \leq \frac{(4x^2 + y + x^2 + 4y)^2}{(x^2 + y)^2} = \frac{25}{4}$ , 当且仅当  $4x^2 + y = x^2 + 4y$ , 即  $y = x^2$  时, 等号成立, 所以  $\frac{4x^4 + 17x^2y + 4y^3}{x^2 + 2xy + y^2}$  的最大值为  $\frac{25}{4}$ . 所以  $\frac{m}{4} > \frac{25}{4}$ , 即  $m > 25$ .
8. B 因为圆  $O_1$  的面积为  $\pi$ , 所以圆  $O_1$  的半径为 1,  $AB = 2\sin 60^\circ = \sqrt{3}$ , 则球  $O$  的半径  $R = \sqrt{1 + \frac{3}{4}} = 2$ , 则四面体  $ABCD$  体积的最大值为  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \times (2 + \sqrt{3}) = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$ .
9. BD  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1D} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \frac{2}{3}\overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{3}\overrightarrow{A_1B_1} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A_1C_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ , A 不正确, B 正确. 向量  $\overrightarrow{AD}$  在向量  $\overrightarrow{AB}$  上的投影向量为  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ , C 不正确. 向量  $\overrightarrow{AD}$  在向量  $\overrightarrow{AC}$  上的投影向量为  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ , D 正确.
10. ABC 由图可知, 猪肉、鸡蛋、鲜果、禽肉、粮食、食用油这 6 种食品中, 粮食价格同比涨幅最小, 所以 A 错误.  $34.4\% < 5 \times 8.5\%$ , 所以 B 错误. 去年 11 月鲜菜价格要比今年 11 月高, 所以 C 错误. 因为  $\frac{1}{7} \times (-21.2\% + 7.6\% + 3\% + 8.5\% + 9.6\% + 10.4\% + 34.4\%) > \frac{1}{7} \times (-22\% + 7\% + 3\% + 8\% + 9\% + 10\% + 34\%) = \frac{1}{7} \times 49\% = 7\%$ , 所以 D 正确.

11. ABD 因为  $f(x) = e^x$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x) - f(-x) = -[f(-x) - f(x)]$ ,  $f(x) + f(-x) = f(-x) + f(x)$ , 所以  $y = f(x) - f(-x)$  为奇函数,  $y = f(x) + f(-x)$  为偶函数, 故 A 正确. 令  $g(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$ , 则  $g'(x) = e^x - x$ , 易得  $g'(x) > 0$ , 则  $g(x)$  单调递增. 不妨令  $x_1 > x_2$ , 则  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > \frac{x_1 + x_2}{2}$ , C 不正确. 令  $h(x) = e^x - e^{-x} - 2x$ , 则  $h(x) = e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$ , 故当  $x \geq 0$  时,  $h(x) \geq h(0) = 0$ , D 正确.

12. BD 由  $y^2 + 2y = x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ , 得  $(y+1)^2 = x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = (x-1)^2(x-2)$ .

11. ABD 因为  $f(x) = e^x$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x) - f(-x) = -[f(-x) - f(x)]$ ,  $f(x) + f(-x) = f(-x) + f(x)$ , 所以  $y = f(x) - f(-x)$  为奇函数,  $y = f(x) + f(-x)$  为偶函数, A, B 正确. 令  $g(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$ , 则  $g'(x) = e^x - x$ , 易得  $g'(x) > 0$ , 则  $g(x)$  单调递增. 不妨令  $x_1 > x_2$ , 则  $g(x_1) > g(x_2)$ , 则  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > \frac{x_1 + x_2}{2}$ , C 不正确. 令  $h(x) = e^x - e^{-x} - 2x$ , 则  $h'(x) = e^x + e^{-x} - 2 \geq 0$ , 故当  $x \geq 0$  时,  $h(x) \geq h(0) = 0$ , D 正确.
12. BD 由  $y^2 + 2y = x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ , 得  $(y+1)^2 = x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = (x-1)^2(x-2)$ . 因为  $(x-2-1)^2(x-2-2) \neq (-x-1)^2(-x-2)$ , 所以曲线  $W$  不关于直线  $x = -1$  对称, A 不正确. 因为  $(y-2+1)^2 = (-y+1)^2$ , 所以曲线  $W$  关于直线  $y = -1$  对称, B 正确. 由  $(y+1)^2 \geq 0$ , 得  $(x-1)^2(x-2) \geq 0$ , 解得  $x = 1$  或  $x \geq 2$ , C 不正确, D 正确.
13.  $\sqrt{13}$  因为  $m = (2, -3)$ ,  $n = (1, 1)$ , 所以  $m+n = (3, -2)$ , 则  $|m+n| = \sqrt{13}$ .
14.  $2\sin 3$ ;  $0.1^{-0.2}$  因为  $1 < 4^{0.2} < 10^{0.2}$ ,  $0.1^{-0.2} = 10^{0.2} > 10^{0.15} > 1$ ,  $2\sin 3 \approx 2\sin 171.9^\circ < 2\sin 150 = 1$ , 所以最小的是  $2\sin 3$ , 最大的是  $0.1^{-0.2}$ .
15. 2940 人数分配有 2, 2, 4 和 3, 3, 2 两种情形, 所以共有  $(\frac{C_8^2 C_4^2 C_2^2}{A_2^2} + \frac{C_8^3 C_3^2 C_2^2}{A_2^2}) A_3^3 = 490 \times 6 = 2940$  种安排方案.

16.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$  如图, 取  $PB$  的中点  $M$ , 连接  $OM$ , 则  $OM \parallel AP$ , 所以  $\tan \angle OMB = \tan \angle APB = \frac{5}{3}$ , 设直线  $PB$  的倾斜角为  $\alpha$ , 则  $\tan \alpha = -3$ , 所以  $\tan \angle xOM = -\tan(\angle OMB + \alpha) = -\frac{\frac{5}{3} - 3}{1 + 5} = \frac{2}{9}$ , 所以直线  $OM$  的斜率为  $-\frac{2}{9}$ . 设  $B(x_1, y_1)$ ,  $P(x_2, y_2)$ , 则  $M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$ . 由  $\begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \\ \frac{x_2^2}{a^2} - \frac{y_2^2}{b^2} = 1, \end{cases}$  得到  $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{b^2}{a^2}$ , 所以  $\frac{b^2}{a^2} = -3 \times (-\frac{2}{9}) = \frac{2}{3}$ , 所以  $e^2 = 1 + \frac{b^2}{a^2} = \frac{5}{3}$ , 则  $e = \frac{\sqrt{15}}{3}$ .



17. 解: (1) 因为  $a \sin B = b \sin(A + \frac{\pi}{3})$ , 所以  $\sin A \sin B = \sin B \sin(A + \frac{\pi}{3})$ . ..... 1 分  
又  $\sin B \neq 0$ , 所以  $\sin A = \sin(A + \frac{\pi}{3})$ , ..... 2 分  
则  $A = A + \frac{\pi}{3}$  (舍去) 或  $A + A + \frac{\pi}{3} = \pi$ , ..... 4 分  
解得  $A = \frac{\pi}{3}$ . ..... 5 分  
(2) 因为  $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 所以  $\sin B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ . ..... 7 分

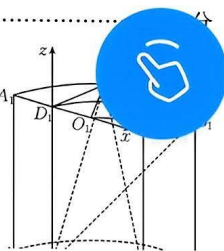
- $\sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3+\sqrt{6}}{6}$ . ..... 4 分
18. 解: (1) 当  $n=1$  时, 由  $S_1 = 2a_1 - 4$ , 得  $a_1 = 4$ , .....  
当  $n \geq 2$  时,  $S_{n-1} = 2a_{n-1} - 4$ , .....  
所以  $a_n = S_n - S_{n-1} = 2a_n - 2a_{n-1}$ , 所以  $a_n = 2a_{n-1}$ , ..... 3 分  
所以  $\{a_n\}$  是首项为 4, 公比为 2 的等比数列, 故  $a_n = 2^{n+1}$ . ..... 5 分  
(2) 由 (1) 知  $S_n = \frac{4(1-2^{n+1})}{1-2} = 2^{n+2} - 4$ , ..... 6 分

- $\sin C = \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{3+\sqrt{6}}{6}$ . ..... 10分
18. 解: (1) 当  $n=1$  时, 由  $S_1=2a_1-4$ , 得  $a_1=4$ , ..... 1分  
 当  $n \geq 2$  时,  $S_{n-1}=2a_{n-1}-4$ , ..... 2分  
 所以  $a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}$ , 所以  $a_n=2a_{n-1}$ , ..... 3分  
 所以  $\{a_n\}$  是首项为 4, 公比为 2 的等比数列, 故  $a_n=2^{n+1}$ . ..... 5分  
 (2) 由 (1) 知  $S_n=\frac{4(1-2^n)}{1-2}=2^{n+2}-4$ , ..... 6分  
 所以  $nS_n=n \times 2^{n+2}-4n$ , 所以  $T_n=1 \times 2^3+2 \times 2^4+\dots+n \times 2^{n+2}-4(1+2+\dots+n)$ , .....  
 ..... 7分  
 令  $M=1 \times 2^3+2 \times 2^4+\dots+n \times 2^{n+2}$ , 则  $2M=1 \times 2^4+2 \times 2^5+\dots+n \times 2^{n+3}$ ,  
 所以  $M=2^3+2^4+2^5+\dots+2^{n+2}-n \times 2^{n+3}=\frac{2^3(1-2^n)}{1-2}-n \times 2^{n+3}=(1-n) \times 2^{n+3}-8$ ,  
 所以  $M=(n-1) \times 2^{n+3}+8$ . ..... 10分  
 因为  $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$ , ..... 11分  
 所以  $T_n=(n-1) \times 2^{n+3}+8-2n(n+1)$ . ..... 12分
19. (1) 解: 由题可知, 甲盒子中有 2 个红球和 2 个黄球的概率  $P=\frac{C_1^2 C_1^2}{C_4^4}=\frac{18}{35}$ . ..... 5分  
 (2) 证明: 当  $i=1$  时,  $X$  的取值可能为 2, 3, 4,  
 且  $P(X=2)=\frac{C_2^2 C_2^2}{C_4^4}=\frac{9}{16}$ ,  $P(X=3)=\frac{2C_2^1 C_1^2}{C_4^4}=\frac{3}{8}$ ,  $P(X=4)=\frac{C_1^1 C_3^3}{C_4^4}=\frac{1}{16}$ ,  
 则  $E_1(X)=2 \times \frac{9}{16}+3 \times \frac{3}{8}+4 \times \frac{1}{16}=\frac{5}{2}$ . ..... 8分  
 当  $i=3$  时,  $X$  的取值可能为 0, 1, 2,  
 且  $P(X=0)=\frac{C_2^2 C_2^2}{C_4^4}=\frac{1}{16}$ ,  $P(X=1)=\frac{2C_2^1 C_1^2}{C_4^4}=\frac{3}{8}$ ,  $P(X=2)=\frac{C_1^1 C_3^3}{C_4^4}=\frac{9}{16}$ ,  
 则  $E_3(X)=0 \times \frac{1}{16}+1 \times \frac{3}{8}+2 \times \frac{9}{16}=\frac{3}{2}$ . ..... 11分  
 故  $E_1(X)+E_3(X)=1$ . ..... 12分
20. (1) 证明: 延长  $A_1D_1, B_1C_1$  并相交于点  $O_1$ , 因为  $l_1=2l_2=\frac{4\pi}{3}$ ,  
 所以  $A_1D_1=D_1O_1, \angle A_1O_1B_1=\frac{2\pi}{3}$ . ..... 1分  
 连接  $D_1E, O_1E$ , 因为  $E$  为弧  $A_1B_1$  的中点, 所以  $\angle A_1O_1E=\frac{\pi}{3}, \triangle A_1O_1E$  为正三角形,  
 故  $A_1D_1 \perp D_1E$ . ..... 2分  
 因为  $AA_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1D_1, DD_1 \parallel AA_1$ , 所以  $DD_1 \perp$  平面  $A_1B_1C_1D_1$ . ..... 3分  
 又  $A_1D_1 \subset$  平面  $A_1B_1C_1D_1$ , 所以  $A_1D_1 \perp DD_1$ . ..... 4分

【高三数学·参考答案 第3页(共5页)】

· 23 - 440C ·

- 因为  $D_1E \cap DD_1=D_1$ , 所以  $A_1D_1 \perp$  平面  $DD_1E$ . ..... 5分  
 又  $DE \subset$  平面  $DD_1E$ , 所以  $A_1D_1 \perp DE$ . ..... 6分  
 (2) 解: 以  $D_1$  为坐标原点,  $D_1O_1$  为  $x$  轴,  $D_1E$  为  $y$  轴, 建立如图所示  
 的空间直角坐标系  $D_1xyz$ , 则  $E(0, \sqrt{3}, 0), C(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -4), D(0, 0,$   
 $-4), B_1(2, \sqrt{3}, 0)$ , ..... 8分



又  $A_1D_1 \subset$  平面  $A_1B_1C_1D_1$ , 所以  $A_1D_1 \perp DD_1$ . ..... 4分

【高三数学·参考答案 第3页(共5页)】 ..... 23-440C·

因为  $D_1E \cap DD_1 = D_1$ , 所以  $A_1D_1 \perp$  平面  $DD_1E$ . ..... 5分

又  $DE \subset$  平面  $DD_1E$ , 所以  $A_1D_1 \perp DE$ . ..... 6分

(2)解:以  $D_1$  为坐标原点,  $D_1O_1$  为  $x$  轴,  $D_1E$  为  $y$  轴, 建立如图所示

的空间直角坐标系  $D_1xyz$ , 则  $E(0, \sqrt{3}, 0)$ ,  $C(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -4)$ ,  $D(0, 0,$

$-4)$ ,  $B_1(2, \sqrt{3}, 0)$ , ..... 8分

则  $\overrightarrow{CE} = (-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 4)$ ,  $\overrightarrow{DE} = (0, \sqrt{3}, 4)$ ,  $\overrightarrow{DB_1} = (2, \sqrt{3}, 4)$ . ..... 9分

设平面  $DEB_1$  的法向量为  $m = (x_0, y_0, z_0)$ ,

则  $\begin{cases} \sqrt{3}y_0 + 4z_0 = 0, \\ 2x_0 + \sqrt{3}y_0 + 4z_0 = 0, \end{cases}$  令  $z_0 = \sqrt{3}$ , 得  $m = (0, -4, \sqrt{3})$ . ..... 10分

$\cos \langle \overrightarrow{CE}, m \rangle = \frac{\overrightarrow{CE} \cdot m}{|\overrightarrow{CE}| |m|} = \frac{2\sqrt{3}}{19}$ , ..... 11分

故直线  $CE$  与平面  $DEB_1$  所成角的正弦值为  $\frac{2\sqrt{3}}{19}$ . ..... 12分

21. 解:(1)设椭圆  $E$  的方程为  $mx^2 + ny^2 = 1 (m > 0, n > 0)$ , ..... 1分

则  $\begin{cases} 4m = 1, \\ m + 6n = 1, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} m = \frac{1}{4}, \\ n = \frac{1}{6}. \end{cases}$  ..... 3分

故椭圆  $E$  的方程为  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1$ . ..... 4分

(2)依题可设直线  $l$  的方程为  $x = my - 1$ ,  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$ ,  $M(x_0, y_0)$ ,

联立方程组  $\begin{cases} x = my - 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1, \end{cases}$  整理得  $(2m^2 + 1)y^2 - 4my - 6 = 0$ , ..... 5分

则  $y_1 + y_2 = \frac{4m}{2m^2 + 1}$ ,  $y_1 y_2 = -\frac{6}{2m^2 + 1}$ . ..... 6分

直线  $AP$  的方程为  $y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x + 2)$ , 直线  $BQ$  的方程为  $y = \frac{y_2}{x_2 - 2}(x + 2)$ ,

联立方程组  $\begin{cases} y = \frac{y_1}{x_1 + 2}(x + 2), \\ y = \frac{y_2}{x_2 - 2}(x - 2), \end{cases}$  得  $x_0 = \frac{2y_1x_2 - 4y_1 + 2x_1y_2 + 4y_2}{(x_1 + 2)y_2 - (x_2 - 2)y_1} = \frac{4my_1y_2 - 6y_1 + 2y_2}{3y_1 + y_2}$ . ...

..... 8分

由  $y_1 + y_2 = \frac{4m}{2m^2 + 1}$ ,  $y_1 y_2 = -\frac{6}{2m^2 + 1}$ , 得  $2my_1y_2 = -3(y_1 + y_2)$ , ..... 10分

所以  $x_0 = \frac{-6(y_1 + y_2) - 6y_1 + 2y_2}{y_2 + 3y_1} = -4$ , ..... 11分

【高三数学·参考答案 第4页(共5页)】 ..... 23-440C·

故点  $M$  在定直线  $x = -4$  上. ....

22. 解:(1)  $f'(x) = \frac{a}{x} - x = \frac{-x^2 + a}{x}$ . ....

当  $a \leq 0$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减; ..... 2分

当  $a > 0$  时, 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = \sqrt{a}$ , 当  $x \in (0, \sqrt{a})$  时,  $f'(x) > 0$ , 当  $x \in (\sqrt{a}, +\infty)$  时,  $f'(x) < 0$ . ..... 3分





$$\begin{cases} y = \frac{y_1}{x_1+2}(x+2), \\ y = \frac{y_2}{x_2-2}(x-2), \end{cases} \text{得 } x_0 = \frac{2y_1x_2 - 4y_1 + 2x_1y_2 + 4y_2}{(x_1+2)y_2 - (x_2-2)y_1} = \frac{4my_1y_2 - 6y_1 + 2y_2}{3y_1 + y_2} \dots$$

..... 8分

由  $y_1 + y_2 = \frac{4m}{2m^2+1}$ ,  $y_1y_2 = \frac{-6}{2m^2+1}$ , 得  $2my_1y_2 = -3(y_1 + y_2)$ , ..... 10分

所以  $x_0 = \frac{-6(y_1 + y_2) - 6y_1 + 2y_2}{y_2 + 3y_1} = -4$ , ..... 11分

【高三数学·参考答案 第4页(共5页)】

· 23 - 440C ·

故点  $M$  在定直线  $x = -4$  上. .... 12分

22. 解: (1)  $f'(x) = \frac{a}{x} - \frac{-x^2+a}{x}$ . .... 1分

当  $a \leq 0$  时,  $f'(x) < 0$ ,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减; ..... 2分

当  $a > 0$  时, 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x = \sqrt{a}$ , 当  $x \in (0, \sqrt{a})$  时,  $f'(x) > 0$ , 当  $x \in (\sqrt{a}, +\infty)$  时,  $f'(x) < 0$ , ..... 3分

所以  $f(x)$  在  $(0, \sqrt{a})$  上单调递增, 在  $(\sqrt{a}, +\infty)$  上单调递减. .... 4分

(2) ① 由(1)知, 当  $a \leq 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 不可能有两个零点, ..... 5分

当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, \sqrt{a})$  上单调递增, 在  $(\sqrt{a}, +\infty)$  上单调递减,

所以  $f(x)_{\max} = f(\sqrt{a}) = a \ln \sqrt{a} - \frac{1}{2}a > 0$ , 所以  $a > e$ ,

即实数  $a$  的取值范围是  $(e, +\infty)$ . .... 6分

② 曲线  $y = f(x)$  在  $(x_1, 0)$  和  $(x_2, 0)$  处的切线分别是  $l_1: y = \frac{a}{x_1}(x - x_1)$ ,  $l_2: y = \frac{a}{x_2}(x - x_2)$ ,

联立两条切线方程得  $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{\frac{a}{x_1} + \frac{a}{x_2}}$ , 所以  $\frac{x_1 + x_2}{x_0} = \frac{a}{x_1x_2} + 1$ . .... 7分

因为  $\begin{cases} a \ln x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 = 0 \\ a \ln x_2 - \frac{1}{2}x_2^2 = 0 \end{cases}$  所以  $a = \frac{\frac{1}{2}(x_1^2 - x_2^2)}{\ln x_1 - \ln x_2}$ . .... 8分

要证  $x_1 + x_2 > 2x_0$ , 只需证  $\frac{x_1 + x_2}{x_0} > 2$ , 即证  $\frac{a}{x_1x_2} > 1$ , 只要证  $\frac{\frac{1}{2}(x_1^2 - x_2^2)}{\ln \frac{x_1}{x_2}} > 1$ . .... 9分

令  $t = \frac{x_1}{x_2} < 1$ ,  $h(t) = \ln t - \frac{1}{2}(t - \frac{1}{t})$  ( $0 < t < 1$ ), ..... 10分

则  $h'(t) = -\frac{(t-1)^2}{2t^2} < 0$ , 所以  $h(t)$  在  $(0, 1)$  上单调递减, 所以  $h(t) > h(1) = 0$ , ..... 11分

所以  $\ln t > \frac{1}{2}(t - \frac{1}{t})$  ( $0 < t < 1$ ), 所以  $x_1 + x_2 > 2x_0$ . .... 12分

【高三数学·参考答案 第5页(共5页)】

· 23 - 440C ·



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

