

参照秘密级管理★启用前

2022-2023 学年度部分学校高三教学质量摸底检测

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、座号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知  $x \in \mathbf{R}$ ,  $i$  是虚数单位, 且  $\frac{2-i}{x+i}$  是纯虚数, 则  $|x+i| =$   
A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $\sqrt{2}$
2. 已知集合  $A = \{x | y = \log_3(x-1)\}$ ,  $B = \{y | y = 2^x - 2\}$ , 则  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$   
A.  $[0, +\infty)$       B.  $[1, +\infty)$       C.  $(-2, 1]$       D.  $(-2, 1)$
3. 已知数列  $\{a_n\}$  是等比数列, 且  $a_2 = 2$ ,  $a_3 a_5 = 64$ , 则公比  $q =$   
A.  $\sqrt{2}$       B. 2 或 -2      C. -2      D.  $\sqrt{2}$  或  $-\sqrt{2}$
4. 已知角  $\alpha$  的顶点与坐标原点  $O$  重合, 角的始边与  $x$  轴非负半轴重合, 点  $P$  是  $\alpha$  的终边与单位圆的交点. 若  $\overrightarrow{OP}$  在  $x$  轴上的投影向量的坐标为  $(\frac{1}{3}, 0)$ , 则  $\cos 2\alpha =$   
A.  $\frac{7}{9}$       B.  $-\frac{7}{9}$       C.  $\frac{2}{9}$       D.  $-\frac{2}{9}$
5. 若命题  $p: " \forall x > 0, x^2 - ax + 4 \geq 0 "$  是真命题, 则实数  $a$  的取值范围是  
A.  $a < 4$       B.  $a \geq 2$       C.  $a \leq 4$       D.  $a < 2$
6. 函数  $f(x) = kx (k \neq 0)$  与函数  $g(x) = \frac{\cos 2x + 3}{\lg \frac{3+x}{3-x}}$  的图象交于不同的两点  $A, B$ .  
若点  $D(m, n)$  满足  $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}| = 2$ , 则  $m+n$  的最大值是  
A.  $\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D.  $2\sqrt{3}$
7. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  和  $g(x)$ ,  $g(x)$  导函数  $g'(x)$  的定义域也为  $\mathbf{R}$ : 若  $g(x)$  为偶函数,  $f(x) + g'(x) - 5 = 0$ ,  $f(x) - g'(4-x) - 5 = 0$ , 则下列不正确的是  
A.  $f(4) = 5$       B.  $g'(0) = 0$       C.  $f(-1) + f(-3) = 1$       D.  $f(1) + f(3) = 10$

高三数学试题 第1页 (共4页)

准考证号

姓名

班级

学校

区/县

8. 已知  $a = \sin \frac{1}{101}$ ,  $b = \ln 1.01$ ,  $c = e^{0.01} - 1$ , 则下列关系式正确的是

- A.  $a > b > c$       B.  $b > a > c$       C.  $c > a > b$       D.  $c > b > a$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

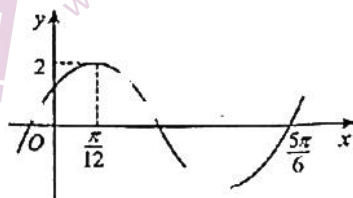
9. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  |  $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$  的部分图象如图, 则

A. 函数解析式  $f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$

B. 将函数  $y = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度可得函数  $f(x)$  的图象

C. 直线  $x = -\frac{11}{12}\pi$  是函数  $f(x)$  图象的一条对称轴

D. 函数  $f(x)$  在区间  $[-\frac{\pi}{2}, 0]$  上的最大值为 2



10. 甲盒子中有 5 个红球, 2 个白球和 3 个黑球, 乙盒子中有 4 个红球, 3 个白球和 3 个黑球. 先从甲盒子中随机取出一球放入乙盒子, 分别以  $A_1, A_2$  和  $A_3$  表示由甲盒子取出的球是红球, 白球和黑球的事件; 再从乙盒子中随机取出一球, 以  $B$  表示由乙盒子取出的球是红球的事件, 则下列结论中正确的是

A.  $A_1, A_2, A_3$  是两两互斥的事件

B.  $P(B) = \frac{2}{5}$

C. 事件  $B$  与事件  $A_1$  相互独立

D.  $P(B|A_1) = \frac{5}{11}$

11. 下列命题是真命题的有

A. 分层抽样调查后的样本中甲、乙、丙三种个体的比例为 3:1:2, 如果抽取的甲个体数为 9, 则样本容量为 30

B. 某一组样本数据为 125, 120, 122, 105, 130, 114, 116, 95, 120, 134, 则样本数据落在区间  $[114.5, 124.5]$  内的频率为 0.4

C. 甲、乙两队队员体重的平均数分别为 60, 68, 人数之比为 1:3, 则甲、乙两队全部队员体重的平均数为 67

D. 一组数 6, 5, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1 的 85% 分位数为 5

12. 小明和小童两位同学玩构造数列小游戏, 规则是: 首先给出两个数字 1, 10, 然后小明把两数之积插入这两数之间得到第一个新数列 1, 10, 10, 再然后小童把每相邻两项的积插入此两项之间, 得到第二个新数列 1, 10, 10, 100, 10, 如此下去, 不断得到新数列. 假设第  $n$  个新数列是:  $1, x_1, x_2, \dots, x_k, 10$ , 记:  $a_n = 1 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_k \cdot 10$ , 则下列结论成立的是

A.  $a_3 = 10^{14}$

B.  $k+1=2^n$

C.  $10a_{n+1} = a_n^3$

D.  $a_1 a_2 a_3 a_4 = 10^{60}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为 2 的奇函数. 当  $0 < x < 1$  时,  $f(x) = \frac{2}{x}$ ,

则  $f(-\frac{9}{4}) + f(4) =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\theta \in (0, \frac{\pi}{4})$ , 且  $\sin(\frac{\pi}{4} - \theta) = \frac{3}{5}$ , 则  $\tan \theta =$  \_\_\_\_\_.

15.  $(1+ax)^2(1-x)^5$  的展开式中,  $x^4$  项的系数为 35, 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 设  $a > 0, b > 0$ , 若关于  $x$  的方程  $\sqrt{|x-2a|} + \sqrt{|x+2a|} = b$  恰有三个不同的实数解  $x_1, x_2, x_3$ , 且  $x_1 < x_2 < x_3 = b$ , 则  $a-b$  的值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 为了解患某种疾病  $A$  与某种生活习惯  $B$  是否有关. 某社区所在地随机调查了 500 位居民, 结果如下:

	有疾病 $A$ 病历	无疾病 $A$ 病历
有生活习惯 $B$	40	160
无生活习惯 $B$	30	270

(1) 估计该地区居民中, 有疾病  $A$  病历的比例;

(2) 根据小概率值  $\alpha = 0.01$  的独立性检验, 分析有生活习惯  $B$  是否会增加患某种疾病  $A$  的风险.

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

$\alpha$	0.050	0.01	0.001
$x_\alpha$	3.841	6.635	10.828

18. (12分) 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ .

(1) 求  $\frac{\sin A}{\sin C}$  的值;

(2) 若  $2a \cdot \cos C = 2b - c$ , 求  $\cos B$  的值.

19. (12分) 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 + \frac{1}{2}(2a-1)x^2 - 2x - \frac{1}{2}$ .

(1) 当  $a=3$  时, 求曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;

(2) 若  $a < 0$ , 讨论  $y=f(x)$  的单调性.

20. (12分) 已知数列  $\{a_n\}$ ,  $na_n = (n-1)a_{n+1} + 2 (n \in \mathbf{N}^*)$ .

(1) 求证: 数列  $\{a_n\}$  为等差数列;

(2) 若  $a_2 = 4$ , 数列  $b_n = \begin{cases} \frac{4}{a_n a_{n-2}}, & n \text{ 为奇数} \\ \frac{a_n}{2^{\frac{n}{2}}}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ , 记数列  $\{b_n\}$  的前  $2n$  项和为  $T_{2n}$ , 求  $T_{2n}$ .

21. (12分) 世界杯期间, 明星队和火车头队相遇, 双方要打  $n$  ( $n$  为奇数) 场比赛, 某球队至少有一半的场次赢球即为战胜对方球队. 其中明星队每场赢球的概率为  $p$ , 各场比赛间相互独立.

(1) 若  $n=11, p=0.6$ , 估计明星队赢球多少场;

(2) 对任意的正整数  $k$ , 找出  $p$  的范围使得  $n=2k+1$  比  $n=2k-1$  对明星队更合算.

22. (12分) 已知函数  $f(x) = a \ln x - x + \frac{1}{x}$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

(1) 若  $\forall x \in (0, 1]$ , 函数  $f(x) \geq 0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(2) 证明: 对  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ,  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{n}{2(n+1)} > \ln(n+1)$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线