



高三数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容(除圆锥曲线与概率统计)。

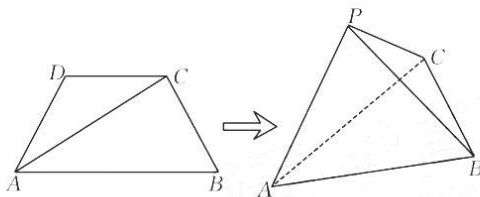
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{x-2} + \sqrt{2-x}\}$, $B = \{1, k\}$, 若 $A \cup B = B$, 则 $k =$
A. -1 B. 0 C. 2 D. 4
2. 已知灯塔 A 在观察站 B 的正东方向,相距 10 千米,灯塔 C 在灯塔 A 的北偏西 15° 方向上,且灯塔 C 在观察站 B 的东偏北 60° 方向上,则灯塔 A, C 之间的距离是
A. $5\sqrt{6}$ 千米 B. $5\sqrt{3}$ 千米
C. $10\sqrt{6}$ 千米 D. $10\sqrt{3}$ 千米
3. 已知 $a > b > 0$, 则下列不等式中一定成立的是
A. $ac^2 > bc^2$ B. $a^b > b^a$ C. $a^b > 1$ D. $\ln \frac{a}{b} > 0$
4. 已知函数 $f(x) = x^3 + \frac{b}{x} + 3$ ($b \in \mathbf{R}$), 若 $f(-5) = 2$, 则 $f(5) =$
A. -2 B. 2 C. -4 D. 4
5. “ $\tan \alpha = -2$ ”是“ $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$ ”的
A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (3a-2)x+3, & x \leq 1, \\ \log_a x + 5a, & x > 1 \end{cases}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 是 \mathbf{R} 上的单调函数, 则 a 的取值范围是
A. $(0, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$ B. $(0, \frac{1}{2}] \cup (1, +\infty)$
C. $(\frac{2}{3}, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $[\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

7. 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别在 AB, CD 上, 且 $\overrightarrow{AE} = \lambda \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{FC}, AF, DE$ 交于点 P , 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AF}$, 则 $\lambda =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, AD = DC = BC = 2, \angle ABC = 60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折, 使点 D 翻折到 P 点, 且 $PB = 2\sqrt{2}$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积是



- A. 12π B. 20π C. 48π D. 80π

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 其公差 $d > 1$, 且 $a_7 + a_9 = 16$, 则

- A. $a_8 = 8$ B. $S_{15} = 120$ C. $a_1 < 1$ D. $a_2 > 2$

10. 已知复数 $z_1 = 2 - i, z_2 = 1 + ai (a \in \mathbf{R})$, 若 $z_1 \cdot z_2$ 是纯虚数, 则

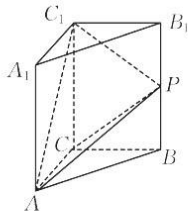
- A. $a = 2$ B. $|z_1| = |z_2|$
C. z_2^2 的实部是 -3 D. $z_1 + z_2$ 的实部与虚部互为相反数

11. 2022 年 9 月钱塘江出现罕见潮景“鱼鳞潮”. “鱼鳞潮”的形成需要两股涌潮, 一股是波状涌潮, 另外一股是破碎的涌潮, 两者相遇交叉就会形成像鱼鳞一样的涌潮. 若波状涌潮的图象近似函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) (A, \omega \in \mathbf{N}_+, |\varphi| < \frac{\pi}{3})$ 的图象, 而破碎的涌潮的图象近似 $f'(x)$ ($f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数) 的图象. 已知当 $x = 2\pi$ 时, 两潮有一个交叉点, 且破碎的涌潮的波谷为 -4 , 则

- A. $\omega = 2$ B. $f(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{6} + \sqrt{2}$
C. $f'(x - \frac{\pi}{4})$ 是偶函数 D. $f'(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{3}, 0)$ 上单调

12. 在《九章算术》中, 底面是直角三角形的直三棱柱被称为“堑堵”. 如图, 在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, P 是棱 BB_1 的中点, $AA_1 = AC = BC = 2$, 若平面 α 过点 P , 且与 AC_1 平行, 则

- A. 异面直线 AC_1 与 CP 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$
B. 三棱锥 C_1-ACP 的体积是该“堑堵”体积的 $\frac{1}{3}$
C. 当平面 α 截棱柱的截面图形为等腰梯形时, 该图形的面积等于 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
D. 当平面 α 截棱柱的截面图形为直角梯形时, 该图形的面积等于 $2\sqrt{2}$



三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡的相应位置.

13. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 60° , 且 $|\mathbf{b}| = 2|\mathbf{a}| = 2$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ ($t \in \mathbf{R}$) 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

14. 若 $f(2x-1) = x^2 - x + 3$, 则 $f(3) = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

15. 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$, 点 A, B 在圆 C_2 上, 且 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 线段 AB 的中点为 D , 则直线 OD (O 为坐标原点) 被圆 C_1 截得的弦长的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

16. 若关于 x 的不等式 $2e^x + x^2 - 2ax \geq 3 - a^2$ 恒成立, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $a \sin A \cos B + b \sin A \cos A = \sqrt{3} a \cos C$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $a = 3$, 且 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = -1$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, a_{n+1} = (\lambda + 1)S_n + 1$ ($n \in \mathbf{N}_+, \lambda \neq -2$), 且 $3a_1, 4a_2, a_3 + 13$ 成等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_n b_n = \log_4 a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 1, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象经过 $A(\frac{\pi}{4}, -2), B(\frac{5\pi}{4}, 2)$ 两点, 且 $f(x)$ 在 $[-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}]$ 上单调.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

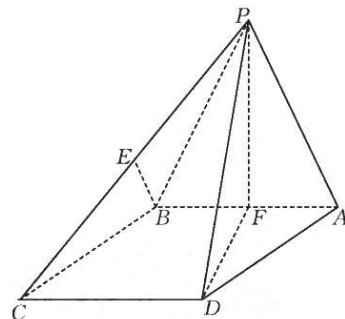
(2) 若对任意的 $x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$, 不等式 $2m^2 - 5m + 1 \leq f(x)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

20. (12分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle PAB$ 是等边三角形,平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, E, F 分别是棱 PC, AB 的中点.

(1)证明: $BE \parallel$ 平面 PDF .

(2)求平面 PBC 与平面 PDF 夹角的余弦值.



21. (12分)

已知函数 $f(x) = 2ax^2 - \ln x + (4a-1)x$.

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2)若对任意的 $x > 0$, 不等式 $f(x) + \frac{e}{2} \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax - a$.

(1)当 $a=1$ 时, 证明: $f(x) \geq 0$.

(2)若 $f(x)$ 有两个零点 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 且 $\frac{x_2+1}{x_1+1} \in [2, e^2]$, 求 $x_1 + x_2$ 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线