

成都高新区 2020 级高中毕业班 “一诊” 模拟检测

数学（理科）

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷（选择题）1 至 2 页，第 II 卷（非选择题）3 至 4 页，共 4 页；满 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所以题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

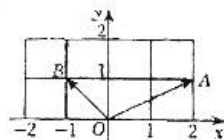
一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 设集合 $A = \{x \mid |x-2| < 2\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

2. 如图，在复平面内，复数 z_1, z_2 对应的向量分别是 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$, 则 $|z_1 + z_2| =$

- A. 1 B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 5

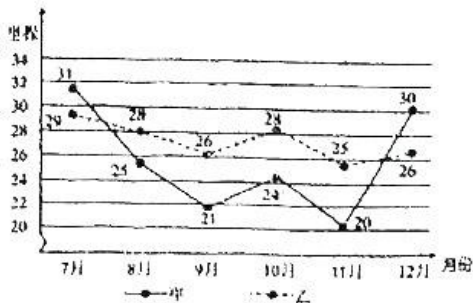


3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 4, a_3 + a_5 = 4(a_4 - 1)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 S_5 为

- A. 15 B. 16 C. 20 D. 30

4. 中国营养学会把走路称为“最简单、最优良的锻炼方式”，它不仅可以帮助减肥，还可以增强心肺功能、血管弹性、肌肉力量等。甲、乙两人利用手机记录了去年下半年

年每个月的走路里程（单位：公里），现将两人的数据绘制成如图所示的折线图，则下列结论中错误的是



- A. 甲走路里程的极差等于 11
B. 乙走路里程的中位数是 27
C. 甲下半年每月走路里程的平均数大于乙下半年每月走路里程的平均数
D. 甲下半年每月走路里程的标准差大于乙下半年每月走路里程的标准差

5. 若向量 a, b 满足 $|a|=2, |b|=1, |a-2b|=2, a \cdot b =$

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6. 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题正确的是

- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$
B. 若 $m // \alpha, m // \beta$, 则 $\alpha // \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, m \not\subset \alpha$, 则 $m // \alpha$
D. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$

7. 若 $3\sin\alpha - \sin\beta = \sqrt{10}, \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$, 则 $\tan\beta =$

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

8. 已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2\cos x$, 下列说法中, 正确的是

- A. 函数 $f(x)$ 不是周期函数
B. 点 $(\pi, 0)$ 是函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心
C. 函数 $f(x)$ 的增区间为 $\left[2k\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{7\pi}{6}\right] (k \in \mathbb{Z})$
D. 函数 $f(x)$ 的最大值为 2

9. 设点 F 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 点 A 在 C 上, 点 $B(3, 0)$, 若 $|AF| = |BF|$, 则 $|AB| =$

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $3\sqrt{2}$

10. 设 $a = \frac{2}{5}, b = \ln \frac{9}{5}, c = \sin \frac{2}{5}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

11. 已知边长为 $2\sqrt{3}$ 的菱形 $ABCD$ 中, $A = 60^\circ$, 沿对角线 BD 把 $\triangle ABD$ 折起, 使二面角 $A-BD-C$ 为直二面角, 则三棱锥 $A-BCD$ 的外接球的表面积为

- A. 20π B. 28π C. 36π D. 54π



12. 定义: 设函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 上的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x)$ 在 (a,b) 上也存在导函数, 则称函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 上存在二阶导函数, 简记为 $y=f''(x)$. 若在区间 (a,b) 上 $f''(x)>0$, 则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a,b) 上为“凹函数”. 已知 $f(x)=e^x+\frac{1}{6}(1-m)x^3-\frac{1}{2}x^2(\ln x+\ln m-\frac{3}{2})$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上为“凹函数”, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(1, e-1)$ B. $(0, e-1)$ C. $(1, e)$ D. $(0, e)$

第II卷(非选择题, 共90分)

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分, 把答案填在答题卡上

13. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x+y \geq 1 \\ x-2y \geq 1 \\ x \leq 2 \end{cases}$, 则 $z=x+2y$ 的最大值为_____.

14. 在 $(x-3)(x+1)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $B=\frac{\pi}{3}$, $AB=2$, M 是 BC 的中点,

$AM=2\sqrt{3}$, 则 $AC=$ _____, $\cos \angle MAC=$ _____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 点 M 在直线 $x=c$ 上运动,

若 $\angle A_1MA_2$ 的最大值为 60° , 则双曲线 C 的离心率为_____.

三、解答题: 本大题共6小题, 共70分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本小题满分12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{2}, a_{n+1}=\frac{a_n}{2a_n+1}$.

(1) 求证: 数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是等差数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若_____, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

(在① $b_n=a_n a_{n+1}$; ② $b_n=\frac{(-1)^n}{a_n}$; ③ $b_n=\frac{1}{a_n} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{a_n}}$ 这三个条件中选择一个补充在第(2)问中,

并对其求解)

18. (本小题满分 12 分)

冰墩墩是 2022 年北京冬季奥运会的吉祥物，将熊猫形象与富有超能量的冰晶外壳相结合，头部外壳造型取自冰雪运动头盔，装饰彩色光环，整体形象酷似航天员，深受广大民众的喜爱，已成为最火爆的商品，“一墩难求”。某调查机构随机抽取 400 人，对是否有意向购买冰墩墩进行调查，得到以下的 2×2 列联表：

	有意向购买冰墩墩的人数	无意向购买冰墩墩的人数	合计
男生	160	80	240
女生	120	40	160
合计	280	120	400

(1) 根据以上数据，判断是否有 95% 的把握认为购买冰墩墩与人的性别有关？

(2) 若从随机抽取的 400 人中按男女比例分层抽样选取 5 人进行采访，再从这 5 人中随机抽取 2 人赠送冰墩墩，记 X 为抽取的 2 人中男生人数，求 X 的分布列和数学期望。

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

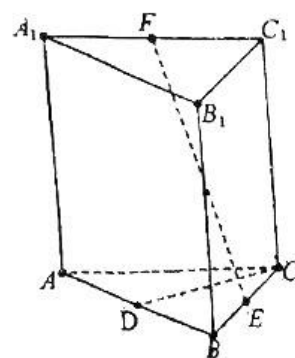
$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\triangle ABC$ 为正三角形，且 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AC = AA_1$, D 、 E 、 F 分别是棱 AB 、 BC 、 A_1C_1 的中点，记 EF 与平面 ABC 所成的角为 α ，二面角 $F-BC-A$ 的平面角为 β 。

(1) 求证： $CD \perp EF$ ；

(2) 判断 α 与 β 的大小，并说明理由。





20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x - \ln(x+1) - kx^2$ (其中 $k \in \mathbb{R}$, e 是自然对数的底数).

(1) 当 $k = \frac{1}{4}$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 证明: $\sum_{i=1}^n \frac{2}{2i+1} - \ln(2n+3) < 0 (n \in \mathbb{N}^+)$.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $P(0, 1)$, 其离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 设 A, B 是椭圆上异于点 P 的两点, 且 $Q(0, \frac{1}{2})$ 在线段 AB 上, 直线 PA, PB 分别交直线 $y = 3$ 于 C, D 两点.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 求 $|CD|$ 的最小值.

考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴

的非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin \theta - \sqrt{3} \rho \cos \theta + 1 = 0$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若点 $P(0, -1)$, 直线 l 与曲线 C 的交点为 M, N , 求 $|PM| + |PN|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + b = 2$

(I) 若 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} \geq |2x-1|$ 恒成立, 求 x 的取值范围;

(II) 证明: $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)(a^3 + b^3) \geq 4$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线