绝密★启用前 【山西专版】

三晋名校联盟

2022—2023 学年高中毕业班阶段性测试(五)

数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2,3\}$,$B=\{x\mid \log_3 x<1\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0,1,2\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{1,2\}$

2. 复数 $z=\dfrac{3+i}{4-i}$ 在复平面内对应的点在

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{6}$,$\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},-1)$,且 $(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})=-20$,则 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$

A. $2\sqrt{5}$　　B. 5　　C. $\sqrt{14}$　　D. $3\sqrt{3}$

4. 净水机通过分级过滤的方式使自来水逐步达到纯净水的标准,其中的核心零件是多层式结构的 PP 棉滤芯(聚丙烯熔喷滤芯),主要用于去除铁锈、泥沙、悬浮物等各种大颗粒杂质.假设每一层 PP 棉滤芯可以过滤掉 $\dfrac{2}{5}$ 的大颗粒杂质,过滤前水中大颗粒杂质含量为 60 mg/L,若要满足过滤后水中大颗粒杂质含量不超过 2 mg/L,则 PP 棉滤芯层数最少为(参考数据:$\lg 2\approx 0.30$,$\lg 3\approx 0.48$)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

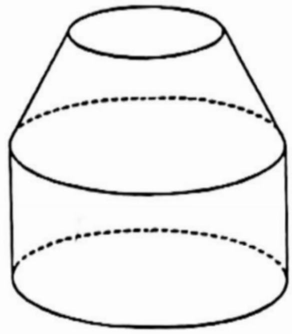
5. 已知 F_1,F_2 是椭圆 C 的两个焦点,P 是 C 上一点,若 $|PF_1|=|F_1F_2|$,$\cos\angle PF_2F_1=\dfrac{1}{4}$,则 C 的离心率为

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

6. 若 $(2-x+ax^2)(1-x)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为 25,则实数 $a=$

A. -11　　B. -8　　C. -5　　D. 3

7. 永定土楼是我国东南沿海地区特有的山区民居建筑，如图所示，土楼的顶部可视为上下开口的圆台，底部可视为上底面与顶部圆台的下底面重合的圆柱. 若上午时某条太阳光线通过圆台上底面的边缘照射到圆台下底面中心，此时太阳光线与水平地面所成角为 $\alpha=60°$，下午时某条太阳光线通过圆台上底面的边缘照射到圆台内部下底面另一侧边缘，此时太阳光线与水平地面所成角为 $\beta=30°$，且这两条光线与圆台下底面中心看成在同一竖直平面内，土楼顶部对应的圆台的体积为 $2\ 625\pi\ \mathrm{m}^3$，则该土楼的占地面积为



A. $225\pi\ \mathrm{m}^2$　　B. $289\pi\ \mathrm{m}^2$

C. $300\pi\ \mathrm{m}^2$　　D. $400\pi\ \mathrm{m}^2$

8. 在$\triangle ABC$中，角 A,B,C 所对的边分别为 $a,b,c,c=1,a\sin A+2b\sin B=\sin C$，则$\triangle ABC$面积的最大值是

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 有一组从小到大排列的样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_{n-1},x_n(n\geqslant4)$，若将第 1 个数据减 1，最后一个数据加 2，其余数据不变，得到新的一组数据 $x_1-1,x_2,\cdots,x_{n-1},x_n+2$，则下列统计量中，相比原来的数据变大的有

A. 极差　　B. 中位数　　C. 平均数　　D. 方差

10. 已知函数$f(x)=\begin{cases}4\cdot3^{x-1}-1,x<1,\\3(x^2-4x+3),x\geqslant1,\end{cases}$则

A. $f(x)$的最小值为 -1

B. $f(x)$在区间$[2,+\infty)$上单调递增

C. 若$f(x)$在区间$(-2,m)$上单调递增，则 m 的最大值为 2

D. $f(x)$有三个零点

11. 已知圆 $C:x^2+y^2-4x+2y+m=0(m\in\mathbf{R})$，下列说法正确的是

A. 若圆 C 的半径为 1，则 $m=4$

B 若圆 C 不经过第二象限，则 $m\leqslant0$

C. 若直线 $l:x+ay+3a=0$ 恒经过的定点 A 在圆内，则当 l 被圆截得的弦最短时，其方程为 $x-y-3=0$

D. 若 $m=-4$，过点 $P(4,3)$ 作圆的两条切线，切点分别为 M,N，则直线 MN 的方程为 $2x+4y-9=0$

12. 定义：若数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=\mathrm{e}^{a_n}-a_n\mathrm{e}^{\frac{a_n}{2}}-1(a_n\neq0)$，则称$\{a_n\}$为"Titus 双指数迭代数列". 已知在"Titus 双指数迭代数列"$\{a_n\}$中，首项 $a_1=m(m\neq0)$，则

A. 当 $m=2$ 时，$a_2>0$

B. 当 $m=3$ 时，$\{a_n\}$为递增数列

C. 当 $m=1$ 时，$\{a_n\}$有最小值

D. 当 m 取任意非零实数时，$\{a_n\}$一定有最大值或最小值

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知 $\tan\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=2$，则 $\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta=$__________.

14. 已知函数 $f(x)=(x+1)e^{ax}+\frac{1}{x-1}$ 的图象在原点处的切线与直线 $x+2y-2=0$ 垂直，则实数 $a=$__________.

15. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，M 为棱 AD 的中点，点 P 为正方体表面及其内部的一个动点且 $A_1M\perp AP$，则线段 AP 的长度的最大值为__________.

16. 已知斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线 l 过抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F，且与该抛物线交于 A,B 两点，若 $|AB|=8$，P 为该抛物线上一点，Q 为圆 $C:\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2=1$ 上一点，则 $|PF|+|PQ|$ 的最小值为__________.

四、解答题：共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $2+a_4=\frac{a_3+a_5}{2}$，$a_2=2$.

(Ⅰ)求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(Ⅱ)设 $b_n=\frac{2n+1}{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. (12分)

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x$.

(Ⅰ)求 $f(x)$ 的图象的对称中心坐标；

(Ⅱ)把 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$（纵坐标不变），再把得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=g(x)$ 的图象，求 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12}\right]$ 上的值域.

19. (12分)

某工厂对员工技能进行 A,B 两项考核. A 项考核合格得3分，否则得0分；B 项考核合格得7分，否则得0分. 现将员工分为两组，一组先进行 A 项考核，另一组先进行 B 项考核. 若先考核的项目不合格，则无需进行下一个项目，直接判定为考核不合格；若先考核的项目合格，则进入下一个项目，无论第二个项目考核是否合格都结束考核. 已知甲员工 A 项考

核合格的概率为0.6，B 项考核合格的概率为0.5，且每个项目考核合格的概率与考核的顺序无关.

(Ⅰ)若甲先进行 A 项考核，记 X 为甲的累计得分，求 X 的分布列.

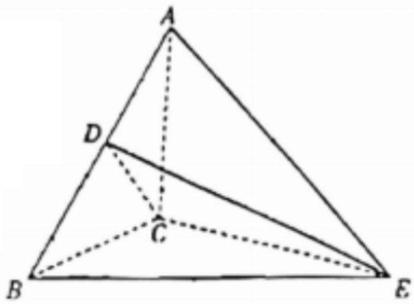
(Ⅱ)为使累计得分的期望最大，甲应选择先进行哪个项目的考核？并说明理由.

20. (12分)

如图，在三棱锥 $A-BCE$ 中，D 为棱 AB 的中点，$\angle CBA=30°$，$EA=EB$，CD 平分 $\angle ACB$.

(Ⅰ)求证：平面 $ABC\perp$ 平面 CDE；

(Ⅱ)若 $CD=1$，$CE=2$，求当三棱锥 $A-BCE$ 的体积最大时平面 ABE 与平面 BCE 的夹角的余弦值.



21. (12分)

已知动点 P 到点 $F(3,0)$ 的距离与到直线 $x=\dfrac{5}{3}$ 的距离之比为 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$，设动点 P 的轨迹为曲线 C.

(Ⅰ)求 C 的方程；

(Ⅱ)若直线 $l: y=mx+n\,(mn>0)$ 与曲线 C 交于 A,B 两点，且直线 OA,OB(O 为坐标原点)的斜率 k_1,k_2 满足 $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}=\dfrac{10}{m}$，证明：直线 l 过定点.

22. (12分)

已知函数 $f(x)=m\ln x+(x-1)^2$，$m\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(Ⅱ)设函数 $g(x)=f(x)-x^2+e^{x-1}$，若 $g(x)$ 有三个不同的零点，求 m 的取值范围.