

辽宁省名校联盟 2023 年高二 6 月份联合考试

数学

命题人:辽宁名校联盟试题研发中心 审题人:辽宁名校联盟试题研发中心

本试卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若命题 $p: \forall x < 0, 2 \cdot 023^x - x^3 + 2 < 0$, 则命题 p 的否定为

- A. $\forall x \geq 0, 2 \cdot 023^x - x^3 + 2 < 0$
 B. $\forall x \geq 0, 2 \cdot 023^x - x^3 + 2 \geq 0$
 C. $\exists x \geq 0, 2 \cdot 023^x - x^3 + 2 < 0$
 D. $\exists x < 0, 2 \cdot 023^x - x^3 + 2 \geq 0$

2. 设集合 $A = \{a+2, a^2+a-2, 4\}, B = \{0, 4\}, C = \{-1, 3\}$, 若 $B \subseteq A, A \cap C = \{3\}$, 则 $a =$

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

3. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a, b \neq 0$, 则“ $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$ ”是“ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1, \\ x+1, & 1 \leq x < 2, \\ -x^2+5, & x \geq 2, \end{cases}$ 若 $f(f(a)) = 1$, 则 $a =$

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0 (a \neq 0)$ 的解集为 $(-3, 1)$, 则不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集为

- A. $(-\frac{1}{3}, 1)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-1, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

6. 若函数 $f(2x-1)$ 的定义域为 $[-3, 1]$, 则 $y = \frac{f(3-4x)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为

- A. $\{1\}$ B. $(1, \frac{3}{2}]$ C. $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$ D. $(1, \frac{5}{2}]$

7. 设函数 $f(x) = -x^2 + \frac{1}{x^2} (x > 0)$, 函数 $g(x)$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 内是单调函数, 且对于任意 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $g(g(x) + f(x)) = 1$, 则 $g(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上的值域为

- A. $[1, \frac{19}{4}]$ B. $[2, 4]$ C. $[1, 4]$ D. $[2, \frac{19}{4}]$

8. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称, 且关于点 $(2, 0)$ 中心对称. 设 $g(x) = (x-1)f(x)$, 若 $g(23) = 44$, 则 $\sum_{i=1}^{2023} g(i) =$

- A. 2 020 B. 2 022 C. 2 024 D. 2 026

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上不恒为 0 的偶函数, $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上不恒为 0 的奇函数, 则

- A. $f(f(x))$ 为奇函数 B. $g(g(x))$ 为奇函数
C. $f(g(x))$ 为偶函数 D. $g(f(x))$ 为偶函数

10. 我国魏晋时期杰出的数学家刘徽在《九章算术》中提出“割圆术”, 利用圆内接正多边形逐步逼近圆来近似计算圆周率. 设圆内接正 $n (n \geq 3)$ 边形的周长为 l_n , 圆的半径为 r , 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

为 $a_n = \frac{l_n}{2r}$, 则

- A. $a_6 = 3$ B. $a_n = \cos \frac{\pi}{2n} \cdot a_{2n}$
C. $\{a_n\}$ 是递增数列 D. 存在 $m \in \mathbf{N}^*$, 当 $n > m$ 时, $a_n^2 > 12$

11. 已知 $a > 0, b > 0, (a+2)(b+2) = 18$, 则下列判断正确的是

- A. $\frac{3}{a+2} + \frac{3}{b+2}$ 的最小值为 $\sqrt{2}$ B. ab 的最大值为 $11 - 6\sqrt{2}$
C. $2a+b$ 的最小值为 6 D. $(a+1)b$ 的最大值为 8

12. 关于函数 $f(x) = e^x + \frac{2}{x}$, 四名同学各给出一个命题:

甲: $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内单调递减;

乙: $f(x)$ 有两个极值点;

丙: $f(x)$ 有一个零点;

丁: $\forall x \in (0, +\infty), f(x) > 4$.

则给出真命题的是

- A. 甲同学 B. 乙同学 C. 丙同学 D. 丁同学

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知集合 $M = \left\{ x \in \mathbf{N}^* \mid x = \frac{m}{n}, n \in \mathbf{N}^* \right\} (1 \leq m \leq 10, m \in \mathbf{N}^*)$ 中有 8 个子集, 则 m 的一个值为_____.

14. 已知 -1 和 2 是二次函数 $f(x)$ 的两个零点, 且 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{9}{4}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) =$ _____.

15. 设 $(1-4x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, 已知 $a_0 + a_1 = -35$, 则 $n =$ _____, $\left(2x - \frac{1}{x} + 1\right)^n$ 的展开式中含 x^{-1} 的系数为_____.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\{x \mid x \neq 0\}$ 上的函数, 且在区间 $(-\infty, 0)$ 内单调递增, 对 $\forall x_1, x_2 \in \{x \mid x \neq 0\}$, 都有 $f(x_1x_2) + 1 = f(x_1) + f(x_2)$. 若 $\exists x \in (0, +\infty)$, 使得不等式 $f(x) - f(e^x + a) \leq [f(1)]^2 - f(-1)$ 成立, 则实数 a 的最大值为_____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

某校全面落实双减政策,大力推进语文课程改革.从一年级选取甲、乙两个班级,甲班采用 A 方案进行课改,乙班采用 B 方案进行课改.期末考试后,对甲、乙两班学生的语文成绩(满分 100 分,单位:分)进行比较如下表:来源:高三答案公众号

甲班

分组	[95,100]	[90,95)	[85,90)	[80,85)	[75,80)	75 分以下
频数	4	8	5	5	24	4

乙班

分组	[95,100]	[90,95)	[85,90)	[80,85)	[75,80)	75 分以下
频数	6	4	12	10	15	3

规定:成绩小于 80 分为非优秀,大于或等于 80 分为优秀.

(1)根据数据完成下面的 2×2 列联表,判断能否有 95% 的把握认为成绩是否优秀与课改方案有关?

	优秀	非优秀	总计
甲班			
乙班			
总计			

(2)从甲、乙两班里成绩在 75 分以下的学生中任意选取 3 人,记 X 为 3 人中乙班的人数,求 X 的分布列及数学期望.

附: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n=a+b+c+d$.

$\alpha = P(\chi^2 \geq k)$	0.15	0.05	0.005
k	2.072	3.841	7.879

18. (12 分)

在暑假期间,小明同学到某乡镇参加社会调查活动.小明利用所学知识帮一苹果农户解决年利润最大问题.经小明调查,对苹果精包装需要投入年固定成本 3 万元,每加工 x 万斤苹果,需要流动成本 $C(x)$ 万元.当苹果年加工量不足 10 万斤时, $C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 9\ln(x+1)$;当苹果年加工量不低于 10 万斤时, $C(x) = 8x + \frac{100}{x-2} - 70$.通过市场分析,加工后的苹果每斤售价 7 元,当年加工的苹果能全部售完.

(1)求年利润 $f(x)$ 关于年加工量 x 的解析式;(年利润=年销售收入-流动成本-年固定成本)

(2)当年加工量为多少万斤时,该苹果农户获得年利润最大,最大年利润是多少?(参考数据: $\ln 3 \approx 1.10$)

19. (12分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_2=\frac{1}{3}, \left\{\frac{(n+2)a_{n+1}}{a_n}\right\}$ 是公差为 1 的等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 _____, S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $S_n < 1$.

从下面三个条件中任选一个补充在题中横线处, 并解答问题.

① $b_n = \frac{2a_n}{n+2}$; ② $b_n = (n+1)a_n a_{n+1}$; ③ $b_n = \frac{(2n+1)a_n^2}{4}$.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. (12分)

学校组织的“党的二十大”知识擂台争霸赛, 比赛共设置 5 道抢答题目, 参赛者与擂主抢到题目的机会均等, 先抢到题目者回答问题, 回答正确得 20 分, 回答错误或者答不上来不得分, 对方得 20 分, 先得 60 分者获胜, 比赛结束, 且为本期擂主. 若甲同学参加争霸赛, 已知甲与擂主每题回答正确的概率分别为 0.8 和 0.6.

(1) 在第一题的抢答中, 求甲得分的均值;

(2) 甲成为本期擂主的机会有多大?

21. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1=3, a_n = -\frac{2}{3}S_{n-1} (n \geq 2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = na_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 若 m 为整数, 且对于 $\forall n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$, 不等式 $a_n \cdot m \geq T_n + \frac{9}{2}a_n$ 恒成立, 求 m 的最大值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = 2a \ln x + \frac{b}{x^2} - x^2 (a \neq 0)$.

(1) 当 $b=0$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $f(x_1) = f(x_2)$, 当 $0 < \sqrt{a} < x_1 < x_2 < \sqrt{b}$ 时, 证明: $x_1^2 + x_2^2 + b\left(\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}\right) < \frac{a^2 + ab}{\sqrt{ab}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

