考生注意：
1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x^2-5x+4<0\}$，$B=\{x\mid x-2\geqslant 0\}$，则 $A\cap \complement_U B=$

A. $\{x\mid 2<x<4\}$　B. $\{x\mid 2\leqslant x<4\}$
C. $\{x\mid 1<x\leqslant 2\}$　D. $\{x\mid 1<x<2\}$

2. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$a+\mathrm{i}$ 与 $3+b\mathrm{i}$ 互为共轭复数，则 $(a+b\mathrm{i})^2=$

A. $10-6\mathrm{i}$　B. $10+6\mathrm{i}$　C. $8-6\mathrm{i}$　D. $8+6\mathrm{i}$

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,-1)$ 与 $\boldsymbol{b}=(-4,m)$ 的夹角为 π，则 $m=$

A. 2　B. -2　C. -3　D. 3

4. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y+3\leqslant 0,\\ x\geqslant 1,\\ y\leqslant 3,\end{cases}$ 则 $\dfrac{y}{x}$ 的最大值为

A. 4　B. 3　C. 2　D. 1

5. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{2\ln|x|}$ 的图象大致为

A　B　C　D

6. 某市商品房调查机构随机抽取 n 名市民，针对其居住的户型结构和是否满意进行了调查. 如图1，被调查的所有市民中二居室住户共100户，所占比例为 $\dfrac{2}{9}$，四居室住户占 $\dfrac{1}{3}$. 如图2，这是用分层抽样的方法从所有被调查的市民对户型是否满意的问卷中，抽取20%的调查结果绘制成的统计图，则下列说法错误的是

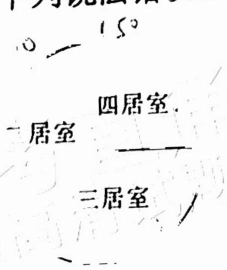


图1

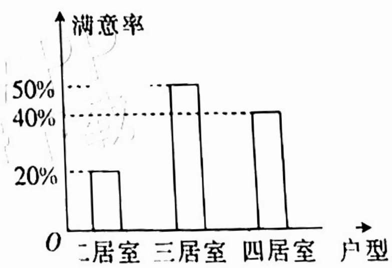


图2

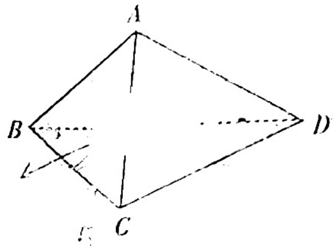
A. $n=450$

B. 被调查的所有市民中四居室住户共有150户

C. 用分层抽样的方法抽取的二居室住户有20户

D. 用分层抽样的方法抽取的市民中对三居室满意的有10户

7. 如图，在空间四边形 $ABCD$ 中，E,F 分别为 AC,BD 的中点，若 $CD=\sqrt{2}AB$，$EF\perp AB$，则 EF 与 CD 所成角的大小为



A. $30°$ B. $45°$

C. $60°$ D. $90°$

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，焦距为6，点 M 在双曲线 C 上，且 $MF\perp AF$，$|MF|=2|AF|$，则双曲线 C 的实轴长为

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

9. 将函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 图象上各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{2}{3}$，纵坐标不变，再将图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $y=f(x)$ 的图象，以下方程是函数 $y=f(x)$ 图象的对称轴方程的是

A. $x=-\frac{\pi}{3}$ B. $x=-\frac{2\pi}{9}$ C. $x=\frac{2\pi}{9}$ D. $x=\frac{\pi}{3}$

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，当 $x<2$ 时，$f(x)=-2^x+1$，且 $f(x+2)$ 为奇函数，则 $f(7)=$

A. $-\frac{7}{8}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $-\frac{31}{32}$ D. $\frac{31}{32}$

11. 斜拉桥是将梁用若干根斜拉索拉在塔柱上的桥，它由梁、斜拉索和塔柱三部分组成. 如图1，这是一座斜拉索大桥，共有10对永久拉索，在索塔两侧对称排列. 如图2，已知拉索上端相邻两个锚的间距 $|P_iP_{i+1}|(i=1,2,3,\dots,9)$ 约为4 m，拉索下端相邻两个锚的间距 $|A_iA_{i+1}|(i=1,2,3,\dots,9)$ 均为18 m. 最短拉索的锚 P_1,A_1 满足 $|OP_1|=84$ m，$|OA_1|=78$ m，以 $B_{10}A_{10}$ 所在直线为 x 轴，OP_{10} 所在直线为 y 轴，则最长拉索所在直线的斜率为

图1

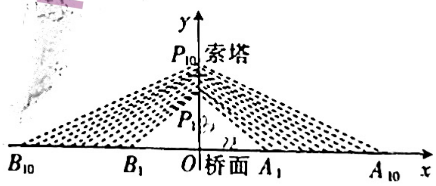


图2

A. $\pm\frac{1}{3}$ B. $\pm\frac{1}{2}$ C. $\pm\frac{42}{39}$ D. $\pm\frac{62}{129}$

12. 已知 $a=\cos\frac{1}{3}$，$b=\frac{17}{18}$，$c=3\sin\frac{1}{3}$，则

A. $a<b<c$ B. $a<c<b$ C. $b<c<a$ D. $b<a<c$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 二项式 $(x-2)^4$ 的展开式中 x 的系数为 ▲ .

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2^{n+1}-2$，则其通项 $a_n=$ ▲ ，若 $18<a_k<40$，则 $k=$ ▲ .（本题第一空3分，第二空2分）

15. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的顶点都在球 O 的球面上，若正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面积为9，则球 O 的表面积的最小值是 ▲ .

16. 设 F 为抛物线 $y^2=8x$ 的焦点，A,B,C 为该抛物线上不同的三点，若 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\overrightarrow{OF}$，$O$ 为坐标原点，则 $|\overrightarrow{FA}|+|\overrightarrow{FB}|+|\overrightarrow{FC}|=$ ▲ .

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.（12 分）

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\sqrt{3}b\sin C\cos A=c\sin B\sin A$.

(1)求角 A；

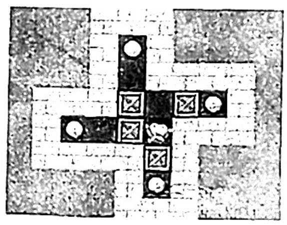
(2)若 $c=\sqrt{3}$，$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求 a.

18.（12 分）

如图，经典的推箱子是一个古老的游戏，在一个狭小的仓库中，该游戏要求把木箱放到指定的位置，稍不小心就会出现箱子无法移动或者通道被堵住的情况，所以需要巧妙地利用有限的空间和通道，合理安排移动的次序和位置，才能顺利地完成任务. 某学习小组在课外活动中为了培养组员的逻辑思维能力，开展了推箱子的小游戏，已知组员小明在前四关中，每关通过的概率都是 $\frac{3}{4}$，失败的概率都是 $\frac{1}{4}$，且每关通过与否互不影响. 假定小明只有在失败或四关全部通过时游戏才结束，X 表示小明游戏结束时通过的关数.

(1)求小明游戏结束时至少通过三关的概率；

(2)求 X 的分布列和数学期望 $E(X)$.

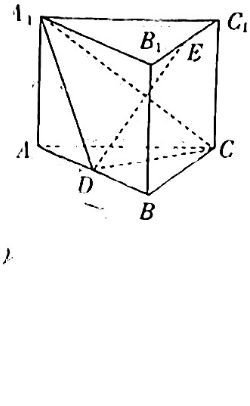


19.（12 分）

如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D,E 分别为棱 AB,B_1C_1 的中点，$AB=2$.

(1)证明：$DE\parallel$ 平面 ACC_1A_1.

(2)若三棱锥 $A-A_1DC$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，求二面角 $D-A_1C-A$ 的余弦值.

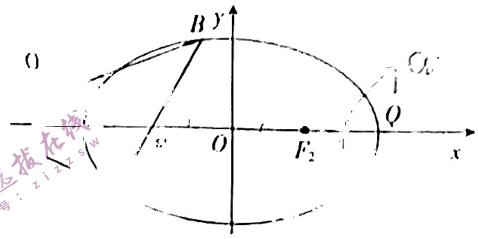


20.(12分)

已知F_1,F_2分别是椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，$Q$是椭圆$E$的右顶点，$|F_2Q|=1$，且椭圆$E$的离心率为$\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆E的方程.

(2)过F_1的直线交椭圆E于A,B两点，在x轴上是否存在一定点P，使得$\overrightarrow{PF_1}=\lambda(\frac{\overrightarrow{PA}}{|\overrightarrow{PA}|}+\frac{\overrightarrow{PB}}{|\overrightarrow{PB}|})$，$\lambda$为正实数？如果存在，求出点$P$的坐标；如果不存在，说明理由.



21.(12分)

已知函数$f(x)=\frac{2ae^{2x}}{x}$，$a\neq0$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)若$\ln x-xf(x)\leqslant\ln a$恒成立，求实数$a$的取值范围.

(二)选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修4—4：坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=[illegible]t,\\ y=[illegible]\frac{2\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$($t$为参数)，以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=4\sin\theta-2\cos\theta$.

(1)求直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

(2)若直线l与y轴的交点为M，与曲线C的交点为A,B，求$\frac{|MA||MB|}{|MA|^2+|MB|^2}$的值.

23.[选修4—5：不等式选讲](10分)

已知函数$f(x)=|ax-1|$.

(1)若关于x的不等式$f(x)\leqslant1$的解集[illegible]，求实数a的值；

(2)当$a=3$时，若存在$x\in\mathbf{R}$，使得不等式$f([illegible])-f(x-1)\leqslant9-2m$成立，求实数$m$的取值范围.