2023年高考素养调研第三次模拟考试

文科数学(问卷)

(卷面分值:150分;　考试时间:120分钟)

注意事项:

1. 本试卷为问答分离式试卷,由问卷和答题卡两部分构成,答案务必写或涂在答题卡的指定位置上.

2. 答题前,请考生务必将自己的学校、姓名、准考证号、科别等信息填写在答题卡的密封线内.

第Ⅰ卷　(选择题　共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,i是虚数单位,若 $a+2\mathrm{i}$ 与 $1+b\mathrm{i}$ 互为共轭复数,则 $b=$

A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

2. 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两支篮球队各6名队员某场比赛的得分数据(单位:分).若这两组数据的中位数相等,且平均值也相等,则 x 和 y 的值分别为

甲队		乙队
7	0	8 9
2 2	1	9 y
0 x	2	5 8
1	3	

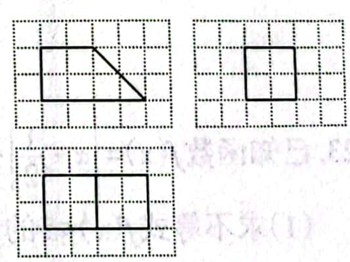
A. 2和3　　B. 0和2

C. 0和3　　D. 2和4

3. 已知集合 $A=\{x|x\geqslant1\}$,$B=\{x|(x-2)(x+4)\geqslant0\}$,则 $\complement_R(A\cup B)=$

A. $\{x|-4\leqslant x\leqslant1\}$　　B. $\{x|1\leqslant x\leqslant2\}$　　C. $\{x|-4<x<1\}$　　D. $\{x|x<2\}$

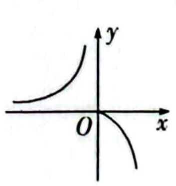
4. 如图,网格纸上绘制的是一个多面体的三视图,网格小正方形的边长为1,则该多面体的体积为



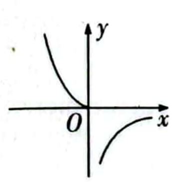
A. 8　　B. 12

C. 16　　D. 20

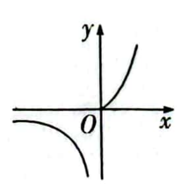
5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, x\geqslant0,\\ \dfrac{1}{x}, x<0,\end{cases}$ $g(x)=f(-x)$,则函数 $g(x)$ 的图象大致是



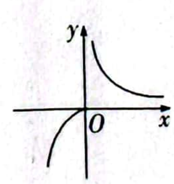
A



B



C



D

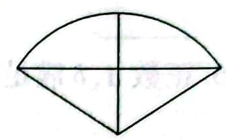
6. 函数 $y=\frac{x}{e^x}$ 的极值点是

A. 0　　B. 1　　C. $(0,1)$　　D. $(1,0)$

7. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F,G 分别是棱 AA_1,AB,AD 的中点，则平面 ACC_1A_1 与平面 EFG 所成角为

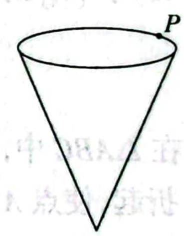
A. $30°$　　B. $45°$　　C. $60°$　　D. $90°$

8.《九章算术》是我国古代数学成就的杰出代表作. 其中《方田》章给出计算弧田面积所用的经验公式为：弧田面积$=\frac{1}{2}$(弦×矢+矢²). 弧田(如图)由圆弧和其所对弦围成，公式中"弦"指圆弧所对的弦长，"矢"等于半径长与圆心到弦的距离之差. 现有圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$，半径为 2 m 的弧田，按照上述经验公式计算所得弧田面积约是（精确到 1 m²）



A. 2 m²　　B. 3 m²　　C. 4 m²　　D. 1 m²

9. 有一个圆锥形铅锤，其底面直径为 2 cm，母线长为 3 cm. P 是铅锤底面圆周上一点，则关于下列命题：①铅锤的侧面积为 3π cm²；②一只蚂蚁从 P 点出发沿铅锤侧面爬行一周、最终又回到 P 点的最短路径的长度为 $3\sqrt{3}$ cm. 其中正确的判断是



A. ①②都正确

B. ①正确、②错误

C. ①错误、②正确

D. ①②都错误

10. F_1 和 F_2 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$ 的左，右焦点，A 和 B 是在双曲线左支的两个点，满足 $\overrightarrow{AF_1}\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$ 且 $\triangle F_2AB$ 是等边三角形，则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}+1$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

11. 已知 $f(x)=\sin\left(\frac{3}{4}x+\frac{\pi}{4}\right)$，若函数 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{2\pi}{3},\theta\right)$ 上有且只有 3 个零点，则 θ 的范围为

A. $\frac{4\pi}{3}<\theta\leqslant 2\pi$　　B. $2\pi<\theta\leqslant\frac{8\pi}{3}$

C. $\frac{7\pi}{3}<\theta<\frac{11\pi}{3}$　　D. $\frac{11\pi}{3}<\theta\leqslant 5\pi$

12. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=120°$，AD 平分 $\angle BAC$，$AD=3$，则 $2AC+AB$ 的最小值为

A. $6+3\sqrt{2}$　　B. $6-3\sqrt{2}$

C. $9+6\sqrt{2}$　　D. $9-6\sqrt{2}$

第Ⅱ卷　(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分．第13~21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22~23题，考生根据要求作答．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分．

13. 已知平面向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，满足 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=1$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$______．

14. 已知正 $\triangle AOB$（O 为坐标原点）的顶点 A,B 在抛物线 $y^2=4x$ 上，则 $\triangle AOB$ 的边长等于______．

15. 函数 $f(x)=x^4-2x^3$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线与坐标轴围成的三角形的面积为______．

16. 正数 a,b 满足 $2^a-4^b=\log_2 b-\log_2 a$，则 a 与 $2b$ 大小关系为______．

三、解答题：第17~21题每题12分，解答应在答题卡的相应各题中写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17. 若数列 $\{a_n\}$ 的首项为1，且 $3a_{n+1}-a_n=6$．

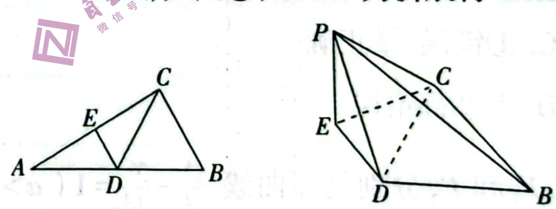
(1)求证：$\{a_n-3\}$ 是等比数列；

(2)求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n．

18. 在 $\triangle ABC$ 中，D,E 分别为 AB,AC 的中点，$AB=2BC=2CD$，如图①，以 DE 为折痕将 $\triangle ADE$ 折起，使点 A 到达点 P 的位置，如图②．

(1)证明：$CP\perp DE$；

(2)若 $CE\perp$ 平面 DEP，且 $AB=2$，求点 C 到平面 PBD 的距离



①　　②

19. 近年来，我国科技成果斐然，北斗三号全球卫星导航系统已开通多年．北斗三号全球卫星导航系统由24颗中圆地球轨道卫星、3颗地球静止轨道卫星和3颗倾斜地球同步轨道卫星，共30颗卫星组成．北斗三号全球卫星导航系统全球范围定位优于10 m，实测的导航定位精度都是2~3 m，全球服务可用性99%，亚太地区性能更优．现从地球静止轨道卫星和倾斜地球同步轨道卫星中任选两颗进行信号分析．

(1)求恰好选择了地球静止轨道卫星和倾斜地球同步轨道卫星各一颗的概率；

(2)求至少选择了一颗倾斜地球同步轨道卫星的概率．

20. 已知椭圆 C_1: $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，A，B 分别为椭圆 C_1 的上、下顶点，F_2 到直线 AF_1 的距离为 $\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C_1 的方程；

(2)直线 $x=x_0$ 与椭圆 C_1 交于不同的两点 C，D，直线 AC，AD 分别交 x 轴于 P，Q 两点. 问：y 轴上是否存在点 R，使得 $\angle ORP+\angle ORQ=\frac{\pi}{2}$？若存在，求出点 R 的坐标；若不存在，请说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=3\ln x$，$g(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+1$.

(1)求函数 $\varphi(x)=g(x)-f(x)$ 的单调区间；

(2)若 $h(x)=\frac{a}{3}f(x)-g(x)$，$a\in\mathbf{R}$. 求证：函数 $y=h(x)$ 存在零点.

选考题：共10分. 请考生在第22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=a+\frac{2\sqrt{5}}{5}t \\ y=1-\frac{\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$ （t 为参数）. 以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$.

(1)若曲线 C 关于直线 l 对称，求 a 的值；

(2)若 A，B 为曲线 C 上两点，且 $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$，求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. 已知函数 $f(x)=\left|x+\frac{1}{2}\right|+\left|2x-\frac{1}{2}\right|$.

(1)求不等式 $f(x)<2$ 的解集；

(2)设 $f(x)$ 的最小值为 M，若正实数 a，b 满足 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{3}M$，证明：$a+b\geqslant 4$.