

2023年4月玉林市高三年级教学质量检测

数学(理科)

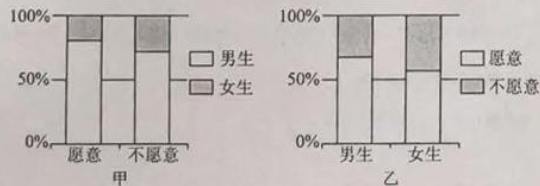
本试卷分第I卷(选择题共60分)和第II卷(非选择题共90分),考试时间120分钟,满分150分。
注意事项:

- 答题前,考生务必在答题卡上用黑色签字笔将自己的姓名、准考证号填写清楚,请认真核对准考证号、姓名和科目。
- 选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号,在试题卷上作答无效。

第I卷(选择题,共60分)

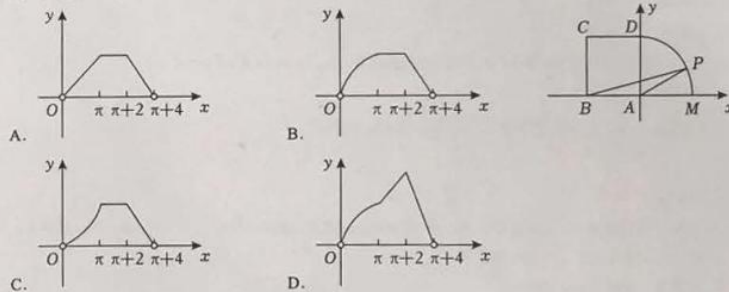
一.选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 已知复数 z 对应的向量为 \overrightarrow{OZ} (O 为坐标原点), \overrightarrow{OZ} 与实轴正向的夹角为 120° ,且复数 z 的模为2,则复数 z 为()
A. $1+\sqrt{3}i$ B. 2 C. $(-1,\sqrt{3})$ D. $-1+\sqrt{3}i$
- 设集合 $A=\{0,1,2\}$, $A \cup B = \{0,1,2,3\}$,则选项正确的是()
A. $0 \in B$ B. $3 \in C_A B$ C. $A \cap B = \{0,1,2\}$ D. $A \subseteq B$
- 已知 $p: x \neq 3$ 且 $y \neq 2$, $q: x+y \neq 5$,则 p 是 q 的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 为了发展学生的兴趣和个性特长,培养全面发展的人才,某学校在不加重学生负担的前提下,提供个性、全面的选修课程。为了解学生对于选修课《学生领导力的开发》的选择意愿情况,对部分高二学生进行了抽样调查,制作出如图所示的两个等高条形图,根据条形图,下列结论正确的是()



- 样本中不愿意选该门课的人数较多
- 样本中男生人数多于女生人数
- 样本中女生人数多于男生人数
- 该等高条形图无法确定样本中男生人数是否多于女生人数

- 能使两个不同平面 α 与 β 平行的条件是()
A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. α, β 垂直于同一个平面
C. α, β 平行于同一条直线 D. α, β 垂直于同一条直线
- 2022年神舟接力腾飞,中国空间站全面建成,我们的“太空之家”遨游苍穹。太空中飞船与空间站的对接,需要经过多次变轨。某飞船升空后的初始运行轨道是以地球的中心为一个焦点的椭圆,其远地点(长轴端点中离地面最远的点)与地面距离为 S_1 ,近地点(长轴端点中离地面最近的点)与地面距离为 S_2 ,地球的半径为 R ,则该椭圆的短轴长为()
A. $\sqrt{S_1 S_2}$ B. $2\sqrt{S_1 S_2}$
C. $\sqrt{(S_1+R)(S_2+R)}$ D. $2\sqrt{(S_1+R)(S_2+R)}$
- 已知 $(3-x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$,若 $(3-x)^n$ 的展开式的第2项的二项式系数与第4项的二项式系数相等,则 $a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n =$ ()
A. 32 B. 64 C. 128 D. 256
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,若 $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{6}$,则 $\frac{S_3}{S_1} =$ ()
A. 12 B. 36 C. 31 D. 33
- 如图,动点 P 从点 M 出发,按照 $M \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 路径运动,四边形 $ABCD$ 是边长为2的正方形,弧 DM 以 A 为圆心, AD 为半径,设点 P 的运动路程为 x , ΔAPB 的面积为 y ,则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是()



- 已知函数 $f(x) = 2\sin x + 4\cos x$ 在 $x = \varphi$ 处取得最大值,则 $\cos \varphi =$ ()
A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 设点 $A(1,0)$, $B(4,0)$,圆 $C_1: (x+\sqrt{3})^2 + (y-3)^2 = 4$,点 P 满足 $2|PA| = |PB|$,设点 P 的轨迹为 C_2 , C_1 与 C_2 交于点 M, N, Q 为直线 OC_1 上一点(O 为坐标原点),则 $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MQ} =$ ()
A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
- 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=1$, $AA_1=4$, E 为 DD_1 中点, P 为正四棱柱表面上一点,且 $C_1 P \perp B_1 E$,则点 P 的轨迹的长为()
A. $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5} + \sqrt{2}$ D. $\sqrt{13} + \sqrt{2}$

第II卷(共90分)

二. 填空题: 本大题共4小题, 每小题5分, 共20分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 函数 $f(x) = x - \frac{a}{x}$ 在 $x=1$ 处的切线与直线 $y=2x$ 平行, 则 $a=$ _____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 4 \\ 2x-y+2 \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$, 则 $z = x^2 + (y-4)^2$ 的最小值为 _____.

15. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 直线 l 为双曲线 C 的一条渐近线, 点 F 关于直线 l 的对称点为 P , 若点 P 在双曲线 C 的左支上, 则双曲线 C 的离心率为 _____.

16. 已知函数 $f(x) = e^{-x} - e^x$, 若函数 $h(x) = f(x-4) + x$, 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{11} = 44$, 则 $h(a_1) + h(a_2) + \dots + h(a_{11}) =$ _____.

三. 解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17-21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分.

17. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos B + b \sin A = c$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $a = \sqrt{2}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$, 求 $b+c$ 的值.

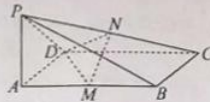
18. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA = AD = 2$, $AB = 4$, M, N 分别是线段 AB, PC 的中点.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 PAD ;

(2) 在线段 CD 上是否存在一点 Q , 使得直线 NQ 与平面 DMN 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$? 若存在,

求出 $\frac{CQ}{CD}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



19. (12分)

强基计划校考由试点高校自主命题, 校考过程中通过笔试后才能进入面试环节. 已知甲、乙两所大学的笔试环节都设有三门考试科目且每门科目是否通过相互独立, 若某考生报考甲大学, 每门科目通过的概率均为 $\frac{1}{2}$; 该考生报考乙大学, 每门科目通过的概率依次为 $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, m$, 其中 $0 < m < 1$.

(1) 若 $m = \frac{2}{3}$, 分别求出该考生报考甲、乙两所大学在笔试环节恰好通过一门科目的概率;

(2) 强基计划规定每名考生只能报考一所试点高校, 若以笔试过程中通过科目数的数学期望为依据作决策, 已知该考生通过乙大学的笔试的希望更大, 求 m 的取值范围.

20. (12分)

已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 P 为 E 上的一点, 过点 P 作直线 l 的垂线, 垂足为 M , 且 $|MF| = |FP|$, $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{FP} = 32$.

(1) 求抛物线 E 的标准方程;

(2) 已知 $\triangle BCD$ 的三个顶点都在抛物线 E 上, 顶点 $B(2, 4)$, $\triangle BCD$ 重心恰好是抛物线 E 的焦点 F . 求 CD 所在的直线方程.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x - \frac{x-1}{x+1}$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $g(x) = a(x^2-1) \ln x - (x-1)^2 (a \neq 0)$ 有3个零点 x_1, x_2, x_3 , 其中 $x_1 < x_2 < x_3$.

求证: $(3a-1)(x_1+x_3+2) < 2$.

(二) 选考题: 共10分. 请考生在 第22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的直角坐标方程为 $y = \sqrt{3}x$, 曲线 C 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 2 + \cos \alpha \\ y = 2 + \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}).$$

以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 和曲线 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}$.

23. [选修4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x-2| + |x+2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 2x+4$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 k , 且实数 a, b, c , 满足 $a(b+c) = k$, 求证: $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 8$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizs.com](http://www.zizs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线