

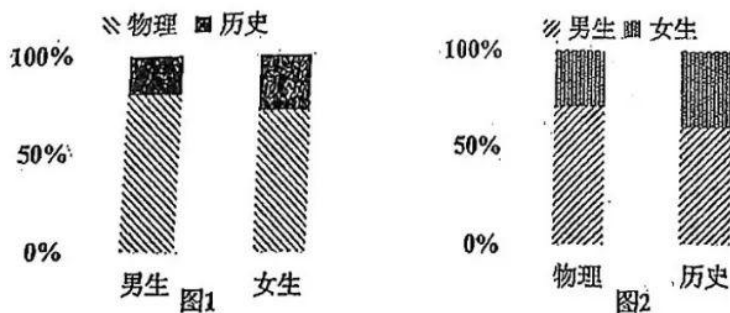
## 达州市普通高中 2023 届第一次诊断性测试 数学试题（文科）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | \sqrt{x} \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $[0, 1)$                       B.  $(0, 1)$                       C.  $(-\infty, 1)$                       D.  $(-\infty, 1]$
2. 复数  $z$  满足  $\frac{1}{z} = 2i$ , 则  $z =$   
 A.  $-\frac{1}{2}$                               B.  $\frac{1}{2}$                               C.  $-\frac{1}{2}i$                               D.  $\frac{1}{2}i$
3. 已知向量  $a, b$ , 满足  $a \perp b$ ,  $a = (1, 2)$ , 则  $(a-b) \cdot a =$   
 A. 0                                      B. 2                                      C.  $\sqrt{5}$                                       D. 5
4. 四川省将从 2022 年秋季入学的高一年级学生开始实行高考综合改革，高考采用“3+1+2”模式，其中“1”为首选科目，即物理与历史二选一。某校为了解学生的首选意愿，对部分高一学生进行了抽样调查，制作出如下两个等高条形图，根据条形图信息，下列结论正确的是

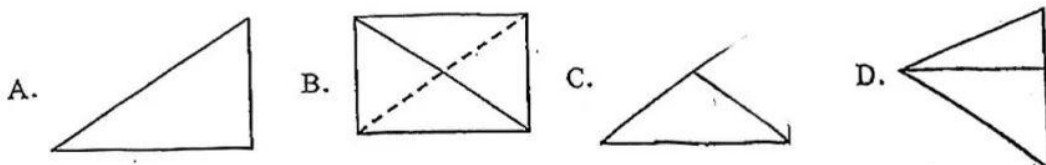


- A. 样本中选择物理意愿的男生人数少于选择历史意愿的女生人数
  - B. 样本中女生选择历史意愿的人数多于男生选择历史意愿的人数
  - C. 样本中选择物理学科的人数较多
  - D. 样本中男生人数少于女生人数
5. “ $a > b > 0$ ”是“ $e^{a-b} > 1$ ”的
- A. 充分不必要条件
  - B. 必要不充分条件
  - C. 充分必要条件
  - D. 既不充分也不必要条件

6. 《将夜》中宁缺参加书院的数科考试,碰到了这样一道题目: 那年春, 夫子游桃山, 一路摘花饮酒而行, 始切一斤桃花, 饮一壶酒, 复切一斤桃花, 又饮一壶酒, 后夫子惜酒, 故再切一斤桃花, 只饮半壶酒, 再切一斤桃花, 饮半壶酒, 如是而行, 终夫子切六斤桃花而醉卧桃山. 问: 夫子切了五斤桃花一共饮了几壶酒?

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{47}{16}$                       C.  $\frac{23}{8}$                       D.  $\frac{31}{16}$

7. 三棱锥  $P-ABC$  的底面  $ABC$  为直角三角形,  $\triangle ABC$  的外接圆为圆  $O$ ,  $PQ \perp$  底面  $ABC$ ,  $Q$  在圆  $O$  上或内部, 现将三棱锥的底面  $ABC$  放置在水平面上, 则三棱锥  $P-ABC$  的俯视图不可能是



8. 将函数  $f(x) = \sin(\frac{1}{2}\omega x + \frac{\pi}{3})$  ( $\omega > 0$ ) 图象上所有点的横坐标缩短到原来的  $\frac{1}{2}$  倍, 纵坐标不变, 得到函数  $g(x)$  的图象, 直线  $l$  与曲线  $y = g(x)$  仅交于  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $P(\frac{\pi}{6}, g(\frac{\pi}{6}))$  三点,  $\frac{\pi}{6}$  为  $x_1, x_2$  的等差中项, 则  $\omega$  的最小值为

- A. 8                      B. 6                      C. 4                      D. 2

9. 曲线  $f(x) = (x+m)e^x$  ( $m \in \mathbb{R}$ ) 在点  $(0, f(0))$  处的切线平分圆  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ , 则函数  $y = f(x)$  的增区间为

- A.  $(-\infty, -1)$                       B.  $(0, +\infty)$                       C.  $(-1, +\infty)$                       D.  $(0, e)$

10. 点  $F$  为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一个焦点, 过  $F$  作双曲线的一条渐近线的平行线交双曲线于点  $A$ ,  $O$  为原点,  $|OA| = b$ , 则双曲线的离心率为

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C.  $2\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{3}$

11. 在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别为  $AB, BC$  的中点, 则

A. 平面  $D_1EF \parallel$  平面  $BA_1C_1$

B. 点  $P$  为正方形  $A_1B_1C_1D_1$  内一点, 当  $DP \parallel$  平面  $B_1EF$  时,  $DP$  的最小值为  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

C. 过点  $D_1, E, F$  的平面截正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  所得的截面周长为  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

D. 当三棱锥  $B_1-BEF$  的所有顶点都在球  $O$  的表面上时, 球  $O$  的表面积为  $12\pi$

12. 已知  $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$ , 规定  $0! = 1$ , 如  $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ . 定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $y = f(x)$  图象关于原点对称, 对任意的  $x < 0$ , 都有  $f(\frac{x}{x-1}) = xf(x)$ . 若

$$f(\frac{1}{100}) = \frac{2}{99!}, \text{ 则 } f(1) =$$

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D.  $\frac{1}{99!}$

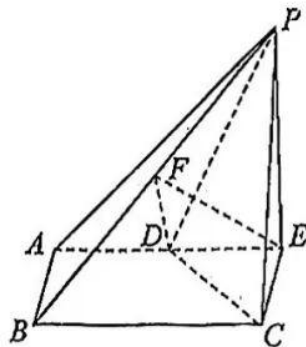
19. (12分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  是梯形,  $AD \parallel BC$ ,  $AB \perp BC$ .  $E$  为  $AD$  延长线上一点,  $PE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PE = 2AD$ ,  $\tan \angle PDA = -2$ .  $F$  是  $PB$  中点.

(1) 证明:  $EF \perp PA$ ;

(2) 若  $BC = 2AD = 2$ , 三棱锥  $E-PDC$  的体积为  $\frac{1}{3}$ ,

求点  $C$  到平面  $DEF$  的距离.



20. (12分)

已知  $F$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个焦点, 过点  $P(t, b)$  的直线  $l$  交  $C$  于不同两点  $A, B$ . 当  $t = a$ , 且  $l$  经过原点时,  $|AB| = \sqrt{6}$ ,  $|AF| + |BF| = 2\sqrt{2}$ .

(1) 求  $C$  的方程;

(2)  $D$  为  $C$  的上顶点, 当  $t = 4$ , 且直线  $AD, BD$  的斜率分别为  $k_1, k_2$  时, 求  $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  的值.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = x \ln x + a (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 若  $f(x)$  最小值为 0, 求  $a$  的值;

(2)  $g(x) = \frac{3x^2}{8} - x - \frac{1}{x} + 1 (x > 0)$ , 若  $a \geq \frac{7}{e}$ ,  $g(b) < 0$ , 证明  $f(x) > b$ .

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 2\rho \sin \theta - 2 = 0$ , 直线  $l$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = 2 + t \cos \theta, \\ y = 2 + t \sin \theta \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 写出曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 定点  $P(2, 2)$ , 求  $|PA| + |PB|$  的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

设函数  $f(x) = 2^{|x-1|}$ .

(1) 若  $f(x) > f(x+m)$  的解集为  $\{x | x < 0\}$ , 求实数  $m$  的值;

(2) 若  $0 < a < b$ , 且  $f(a) = f(b)$ , 求  $\frac{4}{a} + \frac{1}{b-1}$  的最小值.

一诊数学(文) 试卷第 4 页(共 4 页)

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上的点  $M(4, a)$  到焦点的距离为 5，则焦点坐标为\_\_\_\_\_。

14. 从集合  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  中随机取两个不同的数  $a, b$ ，则满足  $|a - b| = 2$  的概率为\_\_\_\_\_。

15. 已知正项数列  $\{a_n\}$  前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_n = \frac{a_n(a_n + 1)}{2} + m$ ， $m \in \mathbf{R}$ ，且  $a_3 + a_5 = 10$ ，则  $m =$ \_\_\_\_\_。

16. 已知正方形  $ABCD$  边长为 2， $M, N$  两点分别为边  $BC, CD$  上动点， $\angle MAN = 45^\circ$ ，则  $\triangle CMN$  的周长为\_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

党的十九大提出实施乡村振兴战略以来，农民收入大幅提升，2022 年 9 月 23 日某市举办中国农民丰收节庆祝活动，粮食总产量有望连续十年全省第一。据统计该市 2017 年至 2021 年农村居民人均可支配收入的数据如下表：

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代码 $x$	1	2	3	4	5
人均可支配收入 $y$ (单位：万元)	1.30	1.40	1.62	1.68	1.80

(1) 根据上表统计数据，计算  $y$  与  $x$  的相关系数  $r$ ，并判断  $y$  与  $x$  是否具有较高的线性相关程度 (若  $0.30 \leq |r| < 0.75$ ，则线性相关程度一般，若  $|r| \geq 0.75$  则线性相关程度较高， $r$  精确到 0.01)；

(2) 市五届人大二次会议政府工作报告提出，2022 年农村居民人均可支配收入力争不低于 1.98 万元，求该市 2022 年农村居民人均可支配收入相对 2021 年增长率最小值 (用百分比表示)。

参考公式和数据：相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ， $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1.28$ ，

$\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 \approx 0.17$ ， $\sqrt{1.7} \approx 1.3$ 。

18. (12 分)

$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ， $\triangle ABC$  的面积  $S = \tan A$ ， $BC$  边上的中线长为  $\sqrt{3}$ 。

(1) 求  $a$ ；

(2) 求  $\triangle ABC$  外接圆面积的最小值。

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

