大联考·2024届高三10月质量检测·数学

参考答案、提示及评分细则

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	B	C	B	B	A	D
题号	9	10	11	12				
答案	AC	BC	ACD	ACD				

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.【答案】C

【解析】由 $A=\{x|x^2<4\}=(-2,2)$,有 $\complement_{\mathbf{R}}A=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$,若 $B\subseteq\complement_{\mathbf{R}}A$,有 $a\geqslant 2$.故选C.

2.【答案】D

【解析】由 $z=\frac{2+\mathrm{i}}{2\mathrm{i}}-\mathrm{i}=\frac{1}{2}-2\mathrm{i}$,可知复数 z 在复平面内所对应的点位于第四象限.故选D.

3.【答案】B

【解析】由 $f(4)=f(3)=\cdots=f(-1)=-2$,有 $f(f(4))=f(-2)=(-2)^3-1=-9$.故选B.

4.【答案】C

【解析】由 $\tan\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=-3$,有 $\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}=-3$,解得 $\tan\alpha=-2$,有 $\cos 2\alpha+1=2\cos^2\alpha=\frac{2\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{2}{\tan^2\alpha+1}=\frac{2}{5}$.故选C.

5.【答案】B

【解析】$\because f(-x)=\cos(-x)+3^{|-x|}-3=\cos x+3^{|x|}-3=f(x)$,$\therefore f(x)$ 是偶函数,$f(1)=\cos 1+3^1-3=\cos 1>0$,当 $x>0$ 时,$f(x)=\cos x+3^x-3$,$f'(x)=-\sin x+3^x\cdot\ln 3$,$3^x\cdot\ln 3>1$,$\therefore f'(x)=-\sin x+3^x\ln 3>0$,$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,综上所述.故选B.

6.【答案】B

【解析】由 $s^2=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i-x)^2=\frac{1}{5}(\sum_{i=1}^{5}x_i^2-5x^2)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}x_i^2-x^2$,有 $x^2=9$ 且 $x>0$,可得 $x=3$,故数据 $2x_1-1$,$2x_2-1$,$2x_3-1$,$2x_4-1$,$2x_5-1$ 的平均数为 $2\times3-1=5$.故选B.

7.【答案】A

【解析】设 $g(x)=x-2\sin x+\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$,有 $g(-x)=-x+2\sin x+\ln(\sqrt{x^2+1}-x)=-x+2\sin x-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)=-g(x)$,可得函数 $g(x)$ 为奇函数,函数图象关于坐标原点对称,函数 $f(x)$ 的图象相当于函数 $g(x)$ 的图象向下平移两个单位,可得函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0,-2)$ 对称,由对称性可知 $M+N=-4$.故选A.

8.【答案】D

【解析】根据 $f(x+2)=f(-x)$ 可得 $f(x)$ 的图象关于 $x=1$ 对称,$f(x+1)=-f(x-1)$,$f(x+3)=-f(x+1)=f(x-1)$,$\therefore f(x)$ 的周期为4,$\because b\in\left[2,\frac{5}{2}\right]$,$\therefore 2b\in[4,5]$,$2b-4\in[0,1]$,$a\in[1,2]$,$f(2b)=f(2b-4)$

$=f(a)$，$\therefore a+2b-4=2$，$a+2b=6$，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b-1}=\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{2b-2}\right)(a+2b-2)\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4}\left(5+\frac{2b-2}{a}+\frac{4a}{2b-2}\right)\geqslant$ $\frac{1}{4}\times(5+4)=\frac{9}{4}$，当且仅当 $a=b-1$，即 $a=\frac{4}{3}$，$b=\frac{7}{3}$ 时，等号成立，$f(a)=f\left(\frac{4}{3}\right)=f\left(\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}\right)^2+2\times\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$. 故选 D.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.**【答案】**AC

【解析】根据题意得 $\Delta=m^2-4\times2<0$，解得 $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$，所以满足题意的选项有 AC. 故选 AC.

10.**【答案】**BC

【解析】$g(x)=2\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right]=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，由于 $g\left(-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\neq0$，可知 A 选项错误；

又由当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时，$-\frac{\pi}{3}\leqslant2x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$，有 $-1\leqslant2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\leqslant2$，可知 B 选项正确；

当 $x\in\left[\frac{\pi}{6},m\right]$ 时，$0\leqslant2x-\frac{\pi}{3}\leqslant2m-\frac{\pi}{3}$，若函数 $g(x)$ 单调递减，必有 $0<2m-\frac{\pi}{3}\leqslant\pi$，可得 $\frac{\pi}{6}<m\leqslant\frac{2\pi}{3}$，可知 C 选项正确；

又由当 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 时，$-\frac{4\pi}{3}\leqslant2x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{5\pi}{3}$，可得此时函数 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\pi\right]$ 上有 3 个零点，可知 D 选项错误. 故选 BC.

11.**【答案】**ACD

【解析】当 $n=1$ 时，有 $a_1=2a_1-4$，可得 $a_1=4$；当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(2a_n-2^{n+1})-(2a_{n-1}-2^n)$，有 $a_n=2a_{n-1}+2^n$，有 $\frac{a_n}{2^n}=\frac{a_{n-1}}{2^{n-1}}+1$，可得数列 $\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$ 是以 2 为首项，1 为公差的等差数列，有 $\frac{a_n}{2^n}=2+(n-1)$，可得 $a_n=(n+1)\times2^n$，$S_n=(n+1)\times2^{n+1}-2^{n+1}=n\times2^{n+1}$.

对于 A 选项，有 $a_5=6\times2^5=192$，故 A 选项正确；

对于 B 选项，有 $S_6=6\times2^7=768$，故 B 选项错误；

对于 C 选项，有 $\frac{S_n}{a_n}=\frac{n\times2^{n+1}}{(n+1)\times2^n}=\frac{2n}{n+1}$，故 C 选项正确；

对于 D 选项，$\frac{4^n}{a_nS_n}=\frac{4^n}{n(n+1)\times2^{2n+1}}=\frac{1}{2n(n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$，可得数列 $\left\{\frac{4^n}{a_nS_n}\right\}$ 的前 100 项的和为 $\frac{1}{2}\times\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{100}-\frac{1}{101}\right)\right]=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{101}\right)=\frac{50}{101}$，故 D 选项正确. 故选 ACD.

12.**【答案】**ACD

【解析】由 $f'(x)=e^x-x-1\geqslant0$，可得函数 $f(x)$ 单调递增，此时 $x=0$ 不是极值点，可得选项 A 正确，选项 B 错误；对于选项 C，设切点 P 的坐标为 $\left(m,e^m-\frac{1}{2}m^2-m\right)$，过 P 的切线方程为 $y-\left(e^m-\frac{1}{2}m^2-m\right)=(e^m-m-1)(x-m)$，代入原点的坐标有 $-\left(e^m-\frac{1}{2}m^2-m\right)=(e^m-m-1)(-m)$，整理为 $(m-1)e^m-\frac{1}{2}m^2=0$，令 $g(x)=(x-1)e^x-\frac{1}{2}x^2$，有 $g'(x)=x(e^x-1)$，当 $x\geqslant0$ 时，$e^x\geqslant1$；当 $x<0$ 时，$e^x<1$，有 $g'(x)>0$，可得函数 $g(x)$ 单调递增，又由 $g(0)=-1<0$，$g(2)=e^2-2>0$，可得函数 $g(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内有且仅有一个零点，故过原点 O 仅有一条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切，选项 C 正确；对于 D 选项，若 $a+b>0$，有 $a>-b$，由函

数 $f(x)$ 单调递增，有 $f(a)>f(-b)$，$f(a)+f(b)>f(b)+f(-b)=e^{b}-\frac{1}{2}b^{2}-b+e^{-b}-\frac{1}{2}b^{2}+b=e^{b}+e^{-b}-b^{2}$，令 $h(x)=e^{x}+e^{-x}-x^{2}$，有 $h'(x)=e^{x}-e^{-x}-2x$. 令 $\varphi(x)=e^{x}-e^{-x}-2x$，有 $\varphi'(x)=e^{x}+e^{-x}-2\geqslant 2\sqrt{e^{x}\cdot e^{-x}}-2=0$（当且仅当 $x=0$ 时取等号），可得函数 $\varphi(x)$ 单调递增，又由 $\varphi(0)=0$，可得函数 $h(x)$ 的减区间为 $(-\infty,0)$，增区间为 $(0,+\infty)$，可得 $h(x)\geqslant h(0)=2$，故 $f(a)+f(b)>2$ 成立，选项 D 正确. 故选 ACD.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.**【答案】**-10

【解析】由 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(m-1,-2)$，$2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(m,-5)$，有 $(m-1)^{2}+(-2)^{2}=m^{2}+(-5)^{2}$，解得 $m=-10$.

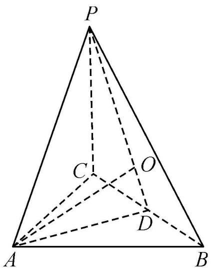
14.**【答案】**4.3

【解析】设里氏 3.1 级地震所散发出来的能量为 I_1，里氏 n 级地震所散发出来的能量为 I_2，则 $3.1=0.6\lg I_1$①，$n=0.6\lg I_2$②，②－①得 $n-3.1=0.6\lg\frac{I_2}{I_1}$，又由 $\frac{I_2}{I_1}=100$，有 $n-3.1=0.6\times2$，可得 $n=4.3$.

15.**【答案】**$\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

【解析】$\because f(x)$ 是偶函数，$\therefore f(-x)=(1-m)x^{3}+x^{2}-3=f(x)$，$\therefore 1-m=0$，$m=1$，$f(x)=x^{2}-3$，$|f(b)|=|b^{2}-3|\leqslant2$，$\therefore -2\leqslant b^{2}-3\leqslant2$，$1\leqslant b^{2}\leqslant5$，又 $\because 0<b<2$，$\therefore 1\leqslant b<2$，$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^{2}-b^{2}}}{a}=\frac{\sqrt{4-b^{2}}}{2}$，$\therefore e\in\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

16.**【答案】**$\frac{9\sqrt{7}}{14}$



【解析】如图，由 $AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{2}$，可得 $\angle CAB=90^{\circ}$，又由 $PA=PB=PC=3$，可得点 P 到底面 ABC 的垂足为 $\triangle ABC$ 的外心，即 BC 的中点 D，显然三棱锥 $P-ABC$ 外接球的球心 O 在直线 PD 上，设 $OP=OA=R$，$PD=\sqrt{PB^{2}-BD^{2}}=\sqrt{9-2}=\sqrt{7}$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AOD$ 中，有 $R^{2}=(\sqrt{7}-R)^{2}+(\sqrt{2})^{2}$，解得 $R=\frac{9\sqrt{7}}{14}$.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.**【答案】**(1) $f(x)=3^{x}$　(2) $[-7,42]$

【解析】(1) $\because f(x)$ 是指数函数，且在其定义域内单调递增，$\therefore 3a^{2}-10a+4=1$，…… 2 分

解得 $a=3$ 或 $a=\frac{1}{3}$（舍），$\therefore f(x)=3^{x}$；…… 4 分

(2) $g(x)=3^{2x}-4\cdot3^{x}-3=(3^{x})^{2}-4(3^{x})-3$，$\because x\in[0,2]$，

$\therefore 3^{x}\in[1,9]$，令 $t=3^{x}$，$t\in[1,9]$，…… 7 分

$\therefore g(t)=t^{2}-4t-3$，$t\in[1,9]$，$\therefore g(t)_{\min}=g(2)=-7$，

$g(t)_{\max}=g(9)=9^{2}-4\times9-3=42$，…… 9 分

$\therefore g(x)$ 的值域为 $[-7,42]$. …… 10 分

18.**【答案】**(1) $f(x)=2x^{2}-4x+3(x\geqslant1)$，$a=1$，$b=0$　(2) $(-\infty,1]$

【解析】(1) $\because f(\sqrt{x}+1)=2x+1$，令 $t=\sqrt{x}+1(t\geqslant1)$，…… 1 分

$x=(t-1)^{2}$，$\therefore f(t)=2(t-1)^{2}+1=2t^{2}-4t+3$，…… 2 分

$\therefore f(x)=2x^2-4x+3(x\geqslant1)$, …………………………………………………………………… 3 分

$\because g'(x)=3ax^2+2bx$,直线 $x+3y-4=0$ 的斜率为 $-\dfrac{1}{3}$,切线与此直线垂直, ……………………… 5 分

$\therefore g'(1)=3a+2b=3$,且 $g(1)=a+b=1$,

解得 $a=1,b=0$; ………………………………………………………………………………………… 6 分

(2)依题意 $mf(x)-g(x)\leqslant0$,则 $m(2x^2-4x+3)-x^3\leqslant0$, ……………………………………… 7 分

$\because x\in[1,+\infty)$,$\therefore 2x^2-4x+3>0$,$\therefore m(2x^2-4x+3)-x^3\leqslant0$,等价于 $m\leqslant\dfrac{x^3}{2x^2-4x+3}$恒成立, …… 9 分

令 $H(x)=\dfrac{x^3}{2x^2-4x+3}$,$H'(x)=\dfrac{x^2(2x^2-8x+9)}{(2x^2-4x+3)^2}$,

$\because x\in[1,+\infty)$且 $2x^2-8x+9>0$,$\therefore H'(x)>0$,

可得函数 $H(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,$H(x)_{\min}=H(1)=1$, ……………………………………… 11 分

$\therefore m\leqslant1$,m 的取值范围为$(-\infty,1]$. ……………………………………………………………… 12 分

19.**【答案】**(1)分布列见解析　(2)$0<p<\dfrac{3}{4}$

【解析】(1)设小张猜中谜语的道数为 X,可知随机变量 X 服从超几何分布,X 的取值分别为 2,3,4.

有 $P(X=2)=\dfrac{C_6^2C_2^2}{C_8^4}=\dfrac{15}{70}=\dfrac{3}{14}$, …………………………………………………………… 1 分

$P(X=3)=\dfrac{C_6^3C_2^1}{C_8^4}=\dfrac{40}{70}=\dfrac{4}{7}$,

$P(X=4)=\dfrac{C_6^4C_2^0}{C_8^4}=\dfrac{15}{70}=\dfrac{3}{14}$, …………………………………………………………… 2 分

故小张猜中谜语道数的分布列为

X	2	3	4
P	$\dfrac{3}{14}$	$\dfrac{4}{7}$	$\dfrac{3}{14}$

设小王猜中谜语的道数为 Y,可知随机变量 Y 服从二项分布 $Y\sim B(4,p)$,Y 的取值分别为 0,1,2,3,4, …
……… 3 分

有 $P(Y=0)=(1-p)^4$,

$P(Y=1)=C_4^1(1-p)^3p=4p(1-p)^3$, ………………………………………………………………… 4 分

$P(Y=2)=C_4^2(1-p)^2p^2=6p^2(1-p)^2$,

$P(Y=3)=C_4^3(1-p)p^3=4p^3(1-p)$, ………………………………………………………………… 6 分

$P(Y=4)=p^4$.

故小王猜中谜语道数的分布列为

Y	0	1	2	3	4
P	$(1-p)^4$	$4p(1-p)^3$	$6p^2(1-p)^2$	$4p^3(1-p)$	p^4

……… 8 分

(2)由(1)可知 $E(X)=2\times\dfrac{3}{14}+3\times\dfrac{4}{7}+4\times\dfrac{3}{14}=3$,$E(Y)=4p$, ………………………………… 10 分

若预测小张猜中谜语的道数多于小王猜中谜语的道数,则 $3>4p$,可得 $0<p<\dfrac{3}{4}$. …………………… 12 分

20.【答案】(1)$A=\frac{2\pi}{3}$　(2)$CD=2$

【解析】(1)由正弦定理及 $2\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{b(\cos B+\cos C)}{a\sin B}$,有 $2\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sin B(\cos B+\cos C)}{\sin A\sin B}$, …… 1分

又由 $\sin B\neq0$,有 $2\sin\left(B+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\cos B+\cos C}{\sin A}$,

有 $\sin B+\sqrt{3}\cos B=\frac{\cos B+\cos C}{\sin A}$,$A+B+C=\pi$, …… 2分

则 $\sin A\sin B+\sqrt{3}\sin A\cos B=\cos B-\cos(A+B)$,

有$\sqrt{3}\sin A\cos B=\cos B-\cos A\cos B$, …… 3分

又由钝角$\triangle ABC$,有 $\cos B\neq0$,上式可化为$\sqrt{3}\sin A=1-\cos A$, …… 4分

有$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A+\frac{1}{2}\cos A=\frac{1}{2}$,

有 $\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$,$A+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$, …… 5分

有 $A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$,可得 $A=\frac{2\pi}{3}$; …… 6分

(2)由 $A=\frac{2\pi}{3}$,$AD\perp AC$,有$\angle BAD=\frac{\pi}{6}$, …… 7分

又由 $CD=2BD$,可得 $S_{\triangle ACD}=2S_{\triangle ABD}$,有$\frac{1}{2}AD\times AC=2\times\frac{1}{2}AD\times AB\sin\frac{\pi}{6}$,

可得 $AC=AB$, …… 10分

又由$\angle BAC=\frac{2\pi}{3}$,可得 $B=C=\frac{\pi}{6}$, …… 11分

有 $CD=2AD=2$. …… 12分

21.【答案】(1)$(0,3-\sqrt{5})$　(2)$(\sqrt{5},0)$

【解析】(1)圆 N 的方程可化为 $x^2+y^2-6x+5=0$.

将抛物线 M 的方程代入圆 N 的方程有 $x^2+(2p-6)x+5=0$, …… 2分

由抛物线 M 与圆 N 相交有四个交点,必有$\begin{cases}\Delta=(2p-6)^2-20>0,\\6-2p>0,\end{cases}$解得 $0<p<3-\sqrt{5}$, …… 4分

故 p 的取值范围为$(0,3-\sqrt{5})$; …… 5分

(2)设点 A,B 的坐标分别为(x_1,y_1),(x_2,y_2),

由对称性可知 $D(x_1,-y_1)$,$C(x_2,-y_2)$,点 E 在 x 轴上,点 E 的坐标为$(t,0)$, …… 6分

由(1)可知 $x_1+x_2=6-2p$,$x_1x_2=5$,有$(y_1y_2)^2=4p^2x_1x_2=20p^2$,可得 $y_1y_2=2p\sqrt{x_1x_2}=2\sqrt{5}p$, …… 8分

直线 AC 的斜率为$\frac{-y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-y_2-y_1}{\frac{y_2^2}{2p}-\frac{y_1^2}{2p}}=\frac{2p}{y_1-y_2}$,直线 AE 的斜率为$\frac{y_1}{x_1-t}$, …… 9分

有$\frac{y_1}{x_1-t}=\frac{2p}{y_1-y_2}$,有 $y_1^2-y_1y_2=2px_1-2pt$,有 $y_1^2-y_1y_2=y_1^2-2pt$,可得 $t=\frac{y_1y_2}{2p}$, …… 11分

又由 $y_1y_2=2\sqrt{5}p$,有 $t=\frac{2\sqrt{5}p}{2p}=\sqrt{5}$,

故点 E 的坐标为$(\sqrt{5},0)$. …… 12分

22.【答案】(1)详解见解析 (2)略

【解析】(1)解:函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,+\infty)$.

$f'(x)=x-1-\dfrac{a}{x+1}=\dfrac{x^2-(1+a)}{x+1}$,…… 1 分

①当 $a+1\leqslant 0$ 即 $a\leqslant -1$ 时,$f'(x)>0$,函数 $f(x)$ 单调递增,增区间为 $(-1,+\infty)$,没有减区间;…… 2 分

②当 $-1<a<0$ 时,由 $0<\sqrt{a+1}<1$,$-1<-\sqrt{a+1}<0$,可得函数 $f(x)$ 的减区间为 $(-\sqrt{a+1},\sqrt{a+1})$,增区间为 $(-1,-\sqrt{a+1})$,$(\sqrt{a+1},+\infty)$;…… 3 分

③当 $a\geqslant 0$ 时,由 $\sqrt{a+1}\geqslant 1$,$-\sqrt{a+1}\leqslant -1$,可得函数 $f(x)$ 的减区间为 $(-1,\sqrt{a+1})$,增区间为 $(\sqrt{a+1},+\infty)$;…… 4 分

(2)证明:当 $a>0$ 时,由 $f(0)=0$ 及函数 $f(x)$ 的减区间为 $(-1,\sqrt{a+1})$,增区间为 $(\sqrt{a+1},+\infty)$,可知 $m>2\sqrt{a+1}$ 等价于 $f(m)>f(2\sqrt{a+1})$.

又由 $f(m)=0$,等价于证明 $f(2\sqrt{a+1})<0$,…… 6 分

又由 $f(2\sqrt{a+1})=2(a+1)-2\sqrt{a+1}-a\ln(2\sqrt{a+1}+1)$,

令 $t=2\sqrt{a+1}\ (t>2)$,有 $a=\dfrac{t^2-4}{4}$,

可得 $f(t)=\dfrac{t^2}{2}-t-\dfrac{t^2-4}{4}\ln(t+1)=\dfrac{t(t-2)}{2}-\dfrac{(t+2)(t-2)}{4}\ln(t+1)$

$=\dfrac{1}{4}(t-2)[2t-(t+2)\ln(t+1)]=\dfrac{1}{4}(t-2)(t+2)\left[\dfrac{2t}{t+2}-\ln(t+1)\right]$,…… 10 分

令 $g(x)=\dfrac{2x}{x+2}-\ln(x+1)\ (x\geqslant 2)$,有 $g'(x)=\dfrac{4}{(x+2)^2}-\dfrac{1}{x+1}=-\dfrac{x^2}{(x+1)(x+2)^2}<0$,

可得函数 $g(x)$ 单调递减,有 $g(x)\leqslant g(2)=1-\ln 3<0$,可得当 $t>2$ 时,$\dfrac{2t}{t+2}-\ln(t+1)<0$.

故有 $f(2\sqrt{a+1})<0$,可得 $m>2\sqrt{a+1}$ 得证.…… 12 分