

2022 届高三第一学期期末考试

数 学 试 题

2022. 1

本试卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | -1 \leq x < 3\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $[-1, 2)$ B. $(-2, 3)$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1\}$

2. 已知 $x > 1$, 则 $x + \frac{1}{x-1}$ 的最小值是

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

3. 已知 i 为虚数单位, 则 $i^{2022} =$

- A. 1 B. -1 C. i D. $-i$

4. 已知圆锥的侧面展开图是一个半径为 3, 圆心角为 120° 的扇形, 则该圆锥的体积为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $2\sqrt{2}\pi$ C. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$ D. π

5. 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{3}$, 则 $\cos(2\alpha - \frac{4\pi}{3}) =$

- A. $-\frac{5}{9}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

6. θ 为第三或第四象限角的充要条件是

- A. $\sin \theta < 0$ B. $\cos \theta < 0$ C. $\sin \theta \tan \theta < 0$ D. $\cos \theta \tan \theta < 0$

7. 良渚遗址位于浙江省杭州市余杭区瓶窑镇、良渚街道境内。1936 年浙江省立西湖博物馆的施昕更先生首先在浙江省杭州市良渚镇一带发现。这里的巨型城址, 面积近 630 万平方米, 包括古城、水坝和多处高等级建筑。国际学术界曾长期认为中华文明只始于距今 3500 年前后的殷商时期, 2019 年 7 月 6 日, 中国良渚古城遗址被列入世界遗产名录, 这意味着中国文明起源形成于距今五千年前, 终于得到了国际承认! 2010 年, 考古学家对良渚古城水利系统中一条水坝的建筑材料(草裹泥)上提取的草茎遗存进行碳 14 年代学检测, 检测出碳 14 的残留量约为初始量的 55.2%。已知经过 x 年后, 碳 14

高三数学试题 第 1 页 共 4 页

的残余量 $y = k(1-p)^x$ ($k \in \mathbf{R}$, $k > 0$, $0 < p < 1$; $x > 0$), 碳 14 的半衰期为 5730 年,

则以此推断此水坝大概的建成年代是 (参考数据: $\log_2 0.552 \approx -0.8573$)

- A. 公元前 2893 年 B. 公元前 2903 年
C. 公元前 2913 年 D. 公元前 2923 年

8. 已知 $a = \tan(1 + \pi - \frac{3}{\pi})$, $b = \tan 0.1$, $c = \frac{0.4}{\pi}$, 则

- A. $b < c < a$ B. $c < a < b$ C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$, 则

- A. $f(\frac{3\pi}{4} + x) = f(x)$ B. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减
C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{3\pi}{8}$ 对称 D. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{3\pi}{8}, 0)$ 对称

10. 已知在等腰 $\triangle OAB$ 中, C 是底边 AB 的中点, 则

- A. $(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA})$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影向量为 $\overrightarrow{AC}$
B. 在边 AB 上存在点 D 使得 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$

- C. $(2\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}) \parallel (\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB})$ D. $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = OC^2 - AC^2$

11. 已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 $4\sqrt{2}$, 侧棱长为 4, 点 M 满足 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA_1} + \lambda \overrightarrow{A_1B_1} + \lambda \overrightarrow{A_1D_1}$ ($\lambda \in [0, 1]$), 点 N 在底面 $A_1B_1C_1D_1$ 内且 $BN = 5$, 则

- A. 线段 MN 长度的最小值为 1 B. 直线 BN 和平面 A_1C_1 所成角的余弦值为 0.8

- C. M 到直线 AD_1 的最小距离为 $2\sqrt{2}$ D. 三棱锥 $A_1 - BMN$ 的体积可能取值为 10

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a - |2x + 1|, & x \leq 1, \\ (x - a)^3, & x > 1. \end{cases}$ 若 $y = f(x) - x$ 恰有两个零点, 则 a 的可能取值为

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. 6

三、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 设 $\odot O_1: x^2 + y^2 = 1$ 与 $\odot O_2: x^2 + (y - 2)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 则 $|AB| = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

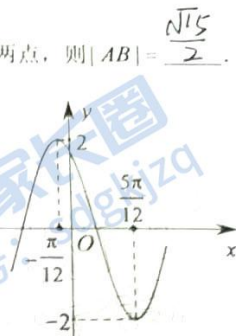
14. 若 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的部分图象

如图所示, 则 $\frac{\varphi}{\omega}$ 的值为 $\frac{\pi}{3}$.

15. 已知点 P 为双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的右支上一点, F_1, F_2

分别为左、右焦点, O 为坐标原点, 过点 F_1 向 $\angle F_1PF_2$

的平分线作垂线, 垂足为 Q , 则 $|OQ| = 2$.



16. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (2x-3)e^x, & x > 0, \\ ex + a, & x \leq 0. \end{cases}$ 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最大值为4, 则实数 a

的值为 $2e$.

四、解答题: 本题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分).

若 $(ax - \frac{1}{x})^6$ ($a \in \mathbf{R}$) 的展开式中的常数项为-20.

(1) 求 a ;

(2) 若 $a_0 x^{2022} + a_1 x^{2021}(1-x) + a_2 x^{2020}(1-x)^2 + \cdots + a_{2022}(1-x)^{2022} = a$,

求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2022}$.

18. (本小题满分12分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $a = 6$, $b^2 - bc + c^2 = 36$.

(1) 求 A ;

(2) 从以下三个条件: ① $b = 8$; ② $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$; ③ AC 边上的高 $BH = \frac{11}{2}$ 中选择一

个作为已知条件, 使三角形存在且唯一确定, 并求 $\triangle ABC$ 的面积.

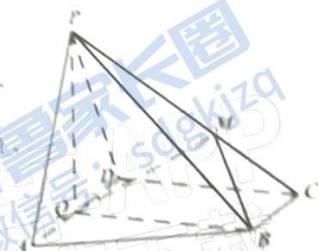
注: 如果选择的条件不符合要求, 第(2)问得0分.

19. (本小题满分12分)

在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle DCB = 90^\circ$, Q 为 AD 的中点, $\triangle PAD$ 是边长为2的正三角形, $BC=1$, $CD=\sqrt{3}$, $PD \perp BC$.

(1) 求证: 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$;

(2) 棱 PC 上是否存在点 M , 使二面角 $M-BQ-C$ 的大小为 30° ? 若存在, 确定点 M 的位置; 若不存在, 说明理由.



20. (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 公差 $d > 0$. 其前四项中去掉某一项后(按原来的顺序)恰好是等比数列 $\{b_n\}$ 的前三项.

(1) 求 d 的值;

(2) 设 $\{a_n\}$ 中不包含 $\{b_n\}$ 的项按从小到大的顺序构成新数列 $\{c_n\}$, 记 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_{200} .

21. (本小题满分12分)

如图, A 为椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左顶点, 过原点且异于 x 轴的直线与椭圆 C 交于 M, N 两点, 直线 AM, AN 与圆 $O: x^2 + y^2 = 8$ 的另一交点分别为 P, Q .

(1) 设直线 AM, AN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 证明: $k_1 k_2$ 为定值;

(2) 设 $\triangle AMN$ 与 $\triangle APO$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值.

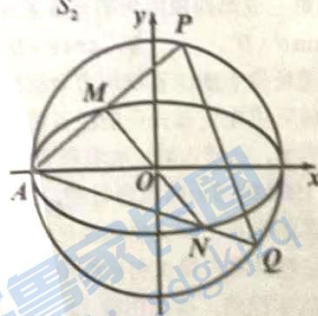
22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \ln x - a$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $\forall x > 0, f(x) \leq x$, 求 a 的取值范围;

(2) 若 $\forall x > 0, f(x)(e^{x-1} - b) \geq 0$ ($b \in \mathbb{R}$),

证明 $a - b \leq -1$.



关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

Q 齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索