

七校联合体2021届高三第一次联考试卷(8月)
数 学

本试卷共4页,22小题,满分150分,考试用时120分钟.

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.
3. 回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷、草稿纸或答题卡的非答题区上无效.
4. 考生必须保持答题卡的整洁,考试结束后,将答题卡交回.

第 I 卷

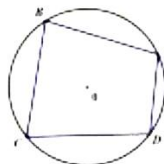
一. 选择题:本大题共8小题,每小题5分,满分40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{1, 2\}$, 则满足 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ 的集合 B 的个数是()
A. 1 B. 3 C. 4 D. 8
2. 已知 $\frac{m}{1+i} = 1 - ni$, 其中 m, n 是实数, i 是虚数单位, 则 $m + ni =$ ()
A. $2 + i$ B. $2 - i$ C. $1 - 2i$ D. $1 + 2i$
3. 设点 P 是函数 $f(x) = \sin \omega x$ 的图象 C 的一个对称中心, 若点 P 到图象 C 的对称轴上的距离的最小值 $\frac{\pi}{8}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期是()
A. 2π B. π C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
4. 已知向量 $\vec{a} = (\sqrt{3}, 1)$, \vec{b} 是不平行于 x 轴的单位向量, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$, 则 $\vec{b} =$ ()
A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ C. $(\frac{1}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{4})$ D. $(1, 0)$
5. 若 $(3\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中各项系数之和为64, 则展开式的常数项为()
A. -540 B. -162 C. 162 D. 540
6. 已知 $f(x)$ 是周期为2的奇函数, 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) = \lg x$, 设 $a = f(\frac{6}{5}), b = f(\frac{3}{2}), c = f(\frac{5}{2})$, ()
A. $a < b < c$ B. $b < a < c$
C. $c < b < a$ D. $c < a < b$



12. 四边形 $ABCD$ 内接于圆 O , $AB = CD = 5, AD = 3, \angle BCD = 60^\circ$, 下列结论正确的有 ()

- A. 四边形 $ABCD$ 为梯形
- B. 四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{55\sqrt{3}}{4}$
- C. 圆 O 的直径为 7
- D. $\triangle ABD$ 的三边长度可以构成一个等差数列



第 II 卷

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 其中第 16 题两空答对一空得 3 分, 答对两空得 5 分

13. 若抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右焦点重合, 则 p 的值为 _____

14. 若随机变量 $\xi \sim N(2, 1)$, 且 $P(\xi \geq 1) = 0.8413$, 则 $P(\xi \geq 3) =$ _____

15. 设函数 $f(x) = \cos(\sqrt{3}x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 若 $f(x) + f'(x)$ 是偶函数, 则 $\varphi =$ _____.

16. 已知过球面上三点 A, B, C 的截面到球心的距离等于球半径的一半, 且 $AB=6, AC=8, BC=10$, 则球的半径等于 _____, 球的表面积等于 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 满分 70 分. 解答须写出文字说明证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

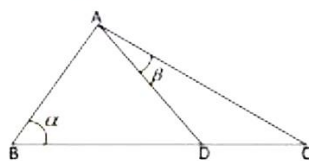
已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = pn^2 - n + q$ ($p, q \in \mathbb{R}$), $n \in \mathbb{N}$

- (1) 求 q 的值;
- (2) 若 a_1 与 a_5 的等差中项为 14, 且 b_n 满足 $a_n = 2 \log_2 b_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和.

18. (本小题满分 12 分)

如图, D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 BC 上一点, $AB = AD$, 记 $\angle ABC = \alpha, \angle CAD = \beta$

- (1) 求 $\cos 2\alpha + \sin \beta$ 的值.
- (2) 若 $AC = \sqrt{3}DC$, 求 α 的值.



19. (本小题满分 12 分)

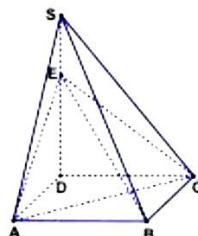
如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, $SD \perp$ 平面 $ABCD$, $SD = 2a, AD = \sqrt{2}a$ 点 E 是 SD 上



的点, 且 $DE = \lambda a (0 < \lambda \leq 2)$

(1) 求证: 对任意的 $\lambda \in (0, 2]$, 都有 $AC \perp BE$

(2) 设二面角 $C-AE-D$ 的大小为 θ . 直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 φ . 若 $\sin \varphi = \cos \theta$, 求 λ 的值



20. (本小题满分 12 分)

现有甲、乙两个项目, 对甲项目每投资十万元, 一年后利润是 1.2 万元、1.18 万元、1.17 万元的概率分别为 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$; 已知乙项目的利润与产品价格的调整有关, 在每次调整中价格下降的概率都是 $p (0 < p < 1)$, 设乙项目产品价格在一周内进行 2 次独立的调整, 记乙项目产品价格在一周内的下降

次数为 ξ , 对乙项目每投资十万元, ξ 取 0、1、2 时, 一年后相应利润是 1.3 万元、1.25 万元、0.2

万元. 随机变量 ξ_1 、 ξ_2 分别表示对甲、乙两项目各投资十万元一年后的利润.

(1) 求 ξ_1 、 ξ_2 的概率分布和数学期望 $E(\xi_1)$ 、 $E(\xi_2)$;

(2) 当 $E(\xi_1) < E(\xi_2)$ 时, 求 p 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆的中心在坐标原点 O , 焦点在 x 轴上. 椭圆的短轴端点和焦点所组成的四边形面积为 2, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 直线 l 过点 $P(0, 2)$ 且与椭圆相交于 A 、 B 两点, 当 $\triangle AOB$ 面积取得最大值时, 求直线 l 的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 e^{mx} - 1$

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a = 2$, 不等式 $f(x) \geq mx + 3 \ln x$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》