石家庄市2022–2023学年度第二学期期末考试

高二数学

（时间120分钟，满分150分）

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题的答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.在答题卡上与题号相对应的答题区域内答题，写在试卷、草稿纸上或答题卡非题号对应的答题区域的答案一律无效。不得用规定以外的笔和纸答题，不得在答题卡上做任何标记。

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．某物体做直线运动，其运动规律是 $s=t^2+\dfrac{3}{t}$ ，则它在第4秒末的瞬时速度为（　　）

A. $\dfrac{123}{16}$米/秒　　B. $\dfrac{125}{16}$米/秒　　C．8米/秒　　D. $\dfrac{67}{4}$米/秒

2．$(1+\dfrac{1}{x})(1+x)^4$ 的展开式中含 x^2 的项的系数为（　　）

A．4　　B．6　　C．10　　D．12

3．函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2-\ln x$ 的单调递减区间为（　　）

A．（–1，1]　　B．（0，1]　　C．[1，+∞）　　D．（0，+∞）

4．甲乙两人进行乒乓球决赛，比赛采取七局四胜制（当一队赢得四局胜利时，该队获胜，比赛结束）．现在的情形是甲胜3局，乙胜2局．若两人胜每局的概率相同，则甲获得冠军的概率为（　　）

A．$\dfrac{3}{4}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

5．曲线 $y=xe^{1-x}$ 在点（1，1）处的切线方程为（　　）

A. $y=2x-1$　　B. $y=1$　　C. $y=x$　　D. $y=3x-2$

6．为落实立德树人的根本任务，践行五育并举，某学校开设A，B，C三门德育校本课程，现有甲、乙、丙、丁、戊五位同学参加校本课程的学习，每位同学仅报一门，每门至少有一位同学参加，则不同的报名方法有（　　）

A．54种　　B．240种　　C．150种　　D．60种

7．我们将服从二项分布的随机变量称为二项随机变量，服从正态分布的随机变量称为正态随机变量．概率论中有一个重要的结论是棣莫弗－拉普拉斯极限定理，它表明，若随机变量 $Y\sim B(n,p)$，当n充分大时，二项随机变量 Y 可以由正态随机变量 X 来近似，且正态随机变量 X 的期望和方差与二项随机变量 Y 的期望和方差相同．棣莫弗在1733年证明了 $p=\dfrac{1}{2}$ 的特殊情形，1812年，拉普拉斯对一般的 p 进行了证明．现抛掷一枚质地均匀的硬币100次，则利用正态分布近似估算硬币正面向上次数超过60次的概率约为（　　）

（附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)\approx0.6827$，$P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)\approx0.9973$）

A．0.1587　　B．0.0014　　C．0.0027　　D．0.0228

8．三个数 $a=\dfrac{2}{e^2}$，$b=\ln\sqrt{2}$，$c=\dfrac{\ln3}{3}$ 的大小顺序为（　　）

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9．某公司过去五个月的广告费支出 x（万元）与销售额 y（万元）之间有下列对应数据：

x	2	4	5	6	8
y	▲	40	60	50	70

工作人员不慎将表格中 y 的第一个数据丢失．已知 y 对 x 呈线性相关关系，且经验回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$，则下列说法正确的有（　　）

A．销售额 y 与广告费支出 x 正相关

B．丢失的数据(表中▲处)为30

C．该公司广告费支出每增加1万元，销售额一定增加6.5万元

D．若该公司下月广告费支出为8万元，则预测销售额约为69.5万元

10．下列结论正确的是（　　）

A．若 $C_{10}^{m}=C_{10}^{3m-2}$，则 $m=3$

B．$(x^2+x+y)^5$ 的展开式中 x^5y^2 的系数是30

C．在 $(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^{11}$ 的展开式中，含 x^2 的项的系数是220

D．$(x-2)^7$ 的展开式中，第4项和第5项的二项式系数最大

11．一口袋中有除颜色外完全相同的3个红球和4个白球，从中无放回的随机取两次，每次取1个球，记事件 A_1：第一次取出的是红球；事件 A_2：第一次取出的是白球；事件 B：取出的两球同色；事件 C：取出的两球中至少有一个红球，则（　　）

A．事件 A_1，A_2 为互斥事件　　B．事件 B，C 为独立事件

C．$P(B)=\dfrac{3}{7}$　　D．$P(C|A_2)=\dfrac{1}{2}$

12．已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=x^3-2ex^2+kx\ (k\in\mathbf{R})$，若 $y=f(x)-g(x)$ 有唯一零点，则下列说法正确的是（　　）

A．$k=e^2+\dfrac{1}{e}$

B．函数 $g(x)$ 在 $(e,g(e))$ 处的切线与直线 $x-ey=0$ 平行

C．函数 $y=g(x)+2ex^2$ 在 $[0,e]$ 上的最大值为 $2e^2+1$

D．函数 $y=g(x)-\dfrac{x}{e}-e^2x$ 在 $[0,1]$ 上单调递减

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．某射手射击所得环数 ξ 的分布列如下：

ξ	7	8	9	10
P	x	0.1	y	0.4

已知 ξ 的数学期望 $E(\xi)=8.9$，则 $y=$＿＿＿＿．

14．有3台车床加工同一型号的零件，第1台加工的次品率为6%，第2，3台加工的次品率均为5%；加工出来的零件混放在一起，且第1，2，3台车床加工的零件数分别占总数的25%，30%，45%．现从加工出来的零件中任取一个零件，则取到的零件是次品的概率为＿＿＿＿；若取到的零件是次品，则该次品是由第

3 台车床加工的概率为 ________.

15. 中国新冠疫苗研究路径有两种技术路线：一个是灭活疫苗，一个是腺病毒载体疫苗。经过科研工作者长达一年左右的研制，截至目前我国已有 4 款自主研发的新冠疫苗获批上市。其中在腺病毒载体疫苗研制过程中，科研者要依次完成七项不同的任务，并对任务的顺序提出了如下要求：重点任务 A 必须排在前三位，且任务 D、E 必须排在一起，则这七项任务的安排方案共有________种（用数字作答）

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, x>0 \\ \frac{1}{2}x-\frac{1}{2}, x\le 0 \end{cases}$，若方程 $f(x)=2ax$ 有三个不同的实数根，则 a 的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题 10 分）已知 $\left(2x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 展开式前三项的二项式系数和为 22.

（Ⅰ）求 n 的值；

（Ⅱ）求展开式中的常数项；

（Ⅲ）求展开式中各项系数的和.

18.（本小题 12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+m$ 有极小值 -6.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在 $[-3,4]$ 上的最大值和最小值.

19.（本小题 12 分）

北京冬奥会的成功举办，推动了我国的冰雪运动迈上新台阶，某电视台为了解我国电视观众对北京冬奥会的收看情况，随机抽取了 100 名观众进行调查，下图是根据调查结果制作的观众日均收看冬奥会时间的频率分布表：

收看时间(分钟)	$[0,10]$	$(10,20]$	$(20,30]$	$(30,40]$	$(40,50]$	$(50,60]$
频率	0.15	0.15	0.2	0.25	0.15	0.1

如果把日均收看冬奥会节目的时间高于 40 分钟的观众称为“冬奥迷”.

（Ⅰ）根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，能否认为“冬奥迷”与性别有关.

	非冬奥迷	冬奥迷	合计
女	30		
男		10	
总计			100

（Ⅱ）将上述调查的 100 人所得“冬奥迷”的频率视为该地区“冬奥迷”被抽中的概率．现在从该地区大量的电视观众中，采用随机抽样的方法每次抽取 1 人，共抽取 3 次，记被抽到的 3 名观众中的“冬奥迷”人数为 X，且每次抽取的结果是相互独立的，求抽到“冬奥迷”的概率，并求随机变量 X 的期望和方差.

附：$x^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$\alpha=P(x^2\ge k)$	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

20.（本小题 12 分）

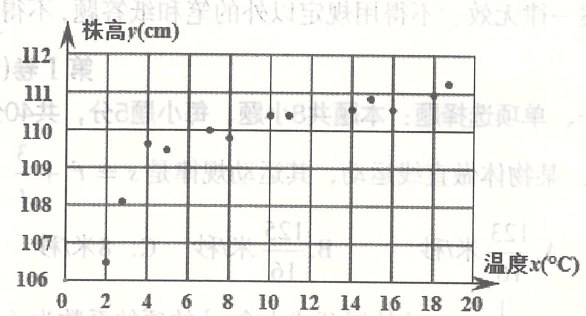
3 月 14 日为国际数学日，为庆祝该节日，某中学举办了数学文化节活动，其中一项活动是“数学知识竞赛”，

初赛采用“两轮制”方式进行，要求每个班级派出两个小组，且每个小组都要参加两轮比赛，两轮比赛都通过的小组才具备参与决赛的资格．高二(A)班派出甲、乙两个小组参赛，在初赛中，若甲、乙两组通过第一轮比赛的概率分别是 $\frac{3}{4}$，$\frac{3}{5}$，通过第二轮比赛的概率分别是 $\frac{4}{5}$，$\frac{2}{3}$，且各个小组所有轮次比赛的结果互不影响.

（Ⅰ）若高二(A)班获得决赛资格的小组个数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（Ⅱ）已知甲、乙两个小组在决赛中相遇，决赛以三道抢答题形式进行，抢到并答对一题得 10 分，答错一题扣 10 分，三轮后总分高的获胜．假设两组在决赛中对每个问题回答正确的概率恰好是各自获得决赛资格的概率，且甲、乙两个小组每次抢到该题的可能性分别是 $\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，假设每道题抢与答的结果均互不影响，求在第一题中乙已得 10 分的情况下最终甲获胜的概率.

21.（本小题 12 分）近年来，明代著名医药学家李时珍故乡黄冈市蕲春县大力发展大健康产业，蕲艾产业化种植已经成为该县脱贫攻坚的主要产业之一，已知蕲艾的株高 y（单位：cm）与一定范围内的温度 x（单位：℃）有关，现收集了蕲艾的 13 组观测数据，得到如下的散点图：



现根据散点图利用 $y=a+b\sqrt{x}$ 或 $y=c+\frac{d}{x}$ 建立 y 关于 x 的经验回归方程，令 $s=\sqrt{x}$，$t=\frac{1}{x}$ 得到如下数据：

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{s}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{13}s_iy_i-13\bar{s}\cdot\bar{y}$
10.15	109.94	3.04	0.16	13.94

$\sum_{i=1}^{13}t_iy_i-13\bar{t}\cdot\bar{y}$	$\sum_{i=1}^{13}s_i^2-13\bar{s}^2$	$\sum_{i=1}^{13}t_i^2-13\bar{t}^2$	$\sum_{i=1}^{13}y_i^2-13\bar{y}^2$
-2.1	11.67	0.21	21.22

设 (s_i,y_i) 与 (t_i,y_i) $(i=1,2,3\ldots13)$ 的相关系数分别为 r_1，r_2，且 $r_2=-0.9953$.

（Ⅰ）用相关系数说明用哪种模型建立 y 与 x 的经验回归方程更合适；

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的结果及表中数据，建立 y 关于 x 的经验回归方程；

（Ⅲ）已知蕲艾的利润 z（万元）与 x、y 的关系为 $z=20y-\frac{1}{2}x$，当 x 为何值时，z 的预测值最大.

参考数据和公式：$0.21\times21.22=4.4562$，$11.67\times21.22=247.6374$，$\sqrt{247.6374}=15.7365$，对于一组数据 (u_i,v_i) $(i=1,2,3,\ldots,n)$，其回归直线方程 $\hat{v}=\hat{\beta}u+\hat{\alpha}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\cdot\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$，相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\cdot\bar{v}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}v_i^2-n\bar{v}^2}}$.

22.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（Ⅱ）当 $a<0$ 时，证明 $f(x)\le-\frac{3}{4a}-2$.