

2022~2023 学年度第二学期期末学业水平诊断

高一数学参考答案及评分标准

一、选择题

DCAC BDCD

二、选择题

9. BCD 10. AC 11. ACD 12. BCD

三、填空题

13. 165 14. $\frac{28\sqrt{7}}{3}$ 15. $\frac{3}{32}$ 16. $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{11}{2}\pi$

四、解答题

17. 解: 设甲种水稻产量的平均值和方差分别为 $\bar{x}_1, s_1^2$, 乙种水稻产量的平均值和方差分别为 $\bar{x}_2, s_2^2$, 由题中数据可得,

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{6} \times (550 + 580 + 570 + 570 + 550 + 600) = 570, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{6} \times (540 + 590 + 560 + 580 + 590 + 560) = 570, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$s_1^2 = \frac{1}{6} [(550 - 570)^2 + (580 - 570)^2 + (570 - 570)^2 + (570 - 570)^2 + (550 - 570)^2 + (600 - 570)^2] = 300, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$s_2^2 = \frac{1}{6} [(540 - 570)^2 + (590 - 570)^2 + (560 - 570)^2 + (580 - 570)^2 + (590 - 570)^2 + (560 - 570)^2] = \frac{1000}{3}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

因为 $\bar{x}_1 = \bar{x}_2, s_1^2 < s_2^2$, 所以两种水稻产量的总体水平相同, 但甲种水稻的产量较稳定, 所以应推广甲种水稻种植. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

18. 解: (1) 证明: 因为 $AD \perp$ 面 ABC ,

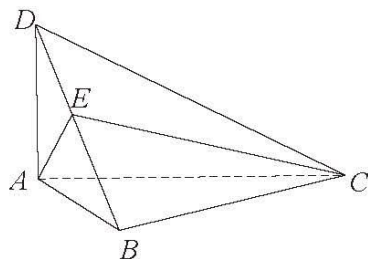
$BC \subset$ 面 ABC , 所以 $BC \perp AD$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

又因为 $BC \perp AB$, $AB \cap AD = A$,

所以 $BC \perp$ 面 ABD . $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

因为 $BC \subset$ 面 BCD , 所以 $BCD \perp$ 面 ABD . $\dots\dots 6 \text{ 分}$

(2) 过点 A 做 $AE \perp BD$ 于 E , 连接 CE . $\dots\dots 7 \text{ 分}$



高三数学答案 (第 1 页, 共 4 页)

又面 $CBD \perp$ 面 ABD , 面 $CBD \cap$ 面 $ABD = BD$, $AE \subset$ 平面 ABD ,

所以 $AE \perp$ 面 DBC , 8 分

所以 $\angle ACE$ 即直线 CA 与平面 DBC 所成的角. 9 分

因为 $DA = AB = \frac{1}{2}BC$, 不妨设 $BC = 2$, 则 $DA = AB = 1$,

所以 $AE = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AC = \sqrt{5}$, 10 分

故 $\sin \angle ACE = \frac{AE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 即直线 CA 与面 DBC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 12 分

19. 解: (1) 由已知得, $(a + 0.06 + 0.07 + b + 0.01) \times 5 = 1$, 3 分

所以 $a + b = 0.06$, 又因为 $b = 2a$, 所以 $a = 0.02$, $b = 0.04$ 5 分

(2) 由频率分布直方图可知, 员工月销售额的第 75 百分位数为 20, 7 分

所以, 当 $x \in [5, 13)$ 时, 奖励金额为 0.3 千元; 当 $x \in [13, 23)$ 时, 奖励金额为 0.8 千元;

当 $x \geq 23$ 时, 奖励金额为 1.1 千元, 8 分

所以, 该商场一位员工的月奖励金额的平均值为:

$$(0.02 \times 5 + 0.06 \times 3) \times 0.3 + (0.06 \times 2 + 5 \times 0.07 + 0.04 \times 3) \times 0.8 + (0.04 \times 2 + 0.01 \times 5) \times 1.1$$

$$= 0.699 \text{ (千元)}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

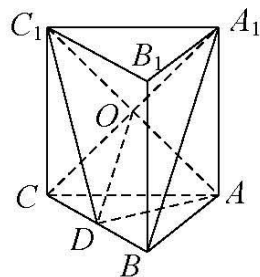
20. 解: (1) 证明: 连接 A_1C , 交 AC_1 于点 O , 连 OD 2 分

因为 D, O 分别是 BC, A_1C 的中点,

所以 $DO \parallel A_1B$, 3 分

因为 $DO \subset$ 平面 AC_1D , $A_1B \not\subset$ 平面 AC_1D ,

所以 $A_1B \parallel$ 平面 AC_1D ; 5 分



(2) 设 $A_1A = b$, A_1 到平面 AC_1D 的距离为 d ,

因为 $AC_1 \perp A_1B$, $DO \parallel A_1B$, 所以 $AC_1 \perp DO$.

又因为 O 为 AC_1 中点, 所以 $\triangle ADC_1$ 为等腰三角形, 所以 $AD = DC_1$ 7 分

所以 $\sqrt{b^2 + 1} = \sqrt{3}$, 所以 $b = \sqrt{2}$ 8 分

因为 $V_{D-A_1C_1} = V_{A_1-ADC_1}$, 9 分

$$\text{又 } V_{D-A_1C_1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}, V_{A_1-ADC_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle ADC_1} \times d = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} d, \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

所以 $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 即 A_1 到平面 AC_1D 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 12 分

21. 解: (1) 取 AB 中点 N , 连接 ON, PN .

设 $AB = 2a$, $a \in (0, 3\sqrt{3}]$, 又 $OA = 3\sqrt{3}$, $PO = 4$, 所以, $ON = \sqrt{27 - a^2}$,
 $PN = \sqrt{16 + 27 - a^2} = \sqrt{43 - a^2}$,

所以, $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times 2a \times \sqrt{43 - a^2} = a \cdot \sqrt{43 - a^2} \leq \frac{a^2 + 43 - a^2}{2} = \frac{43}{2}$, 3 分

当且仅当 $a^2 = 43 - a^2$, 即 $a = \frac{\sqrt{86}}{2} \in (0, 3\sqrt{3}]$ 时, 等号成立. 5 分

所以, $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{43}{2}$ 6 分

(2) 因为 $\triangle ABC$ 为圆 O 的内接正三角形,

由正弦定理得: $AB = 2 \times 3\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 9$.

过点 B 作 $BQ \perp AM$ 于点 Q , 连接 CQ .

因为 $\triangle MAB \cong \triangle MAC$, 所以 $CQ \perp AM$.

所以 $\angle BQC$ 即为二面角 $B-MA-C$ 的平面角. 8 分

连接 MN , 设 $OM = t$, $t \in (0, 4]$, 则 $MA = \sqrt{t^2 + 27}$, $MN = \sqrt{t^2 + \frac{27}{4}}$.

在 $\triangle BMA$ 中, $S_{\triangle BMA} = \frac{1}{2} AB \cdot MN = \frac{1}{2} AM \cdot BQ$, 所以 $BQ = \frac{9\sqrt{t^2 + \frac{27}{4}}}{\sqrt{t^2 + 27}}$ 10 分

在 $\triangle BQC$ 中, 由余弦定理得:

$$\cos \angle BQC = \frac{BQ^2 + CQ^2 - BC^2}{2 \cdot BQ \cdot CQ} = -\frac{25}{31},$$

将 $BQ = CQ = \frac{9\sqrt{t^2 + \frac{27}{4}}}{\sqrt{t^2 + 27}}$, $BC = 9$ 代入上式, 解得 $t = 1$ 11 分

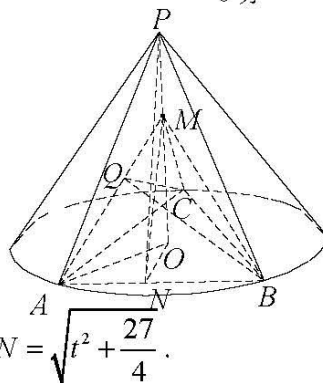
所以点 M 为线段 PO 上靠近点 O 的四等分点. 12 分

22. 解: 设甲袋中的三个红球为 $1, 2, 3$, 三个黑球为 a, b, c ; 乙袋中的三个红球为 $4, 5, 6$,
三个黑球为 d, e, f .

(1) 设第 1 次摸球对应的样本空间为 Ω_1 , 则 $n(\Omega_1) = 6 \times 6 = 36$ 2 分

设事件 $A =$ “第 1 次摸球取出的两球颜色不同”, 则

高三数学答案 (第 3 页, 共 4 页)



事件 $A = \{(1, d), (1, e), (1, f), (2, d), (2, e), (2, f), (3, d), (3, e), (3, f), (a, 4), (a, 5), (a, 6), (b, 4), (b, 5), (b, 6), (c, 4), (c, 5), (c, 6)\}$, 所以 $n(A) = 18$ 4 分

所以 $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega_1)} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ 6 分

(2) 设两次摸球试验的样本空间为 Ω , 则 $n(\Omega) = 36 \times 36$.

在样本空间 Ω 中, 设事件 $A =$ “第1次摸球取出的两球颜色不同”, 事件 $B =$ “第2次摸球取出的两球颜色相同”.

首先计算 $n(A)$ 的值. 由 (1) 知, 第1次摸球取出的两球颜色不同共有18个可能的结果, 且每个可能的结果对应的“第2次摸球中从甲、乙两袋中各一个球”均有36种可能取法, 所以 $n(A) = 18 \times 36$ 8 分

再计算 $n(AB)$ 的值. 由 (1) 知, 第1次摸球取出的两球颜色不同共有18个可能的结果. 不妨设第1次摸球中甲取出1、乙取出 d (其余情况, 同理可得), 则第1次摸球结束后, 甲袋中红球2个、黑球4个, 乙袋中红球4个、黑球2个, 在接下来的第2次摸球中, 当甲、乙两袋取出的球颜色相同时, 共有 $2 \times 4 + 4 \times 2 = 16$ 种取法.

故 $n(AB) = 18 \times 16$ 10 分

所以 $P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{18 \times 16}{18 \times 36} = \frac{4}{9}$ 11 分

因此 $P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线