

咸阳市 2023 年高考模拟检测(三)

数学(文科)试题参考答案及评分标准

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. B 2. A 3. A 4. B 5. D 6. B 7. D 8. D 9. C 10. B 11. A 12. C

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 79 14. $\frac{\pi}{3}$ 15. $(1-\pi, 1+\pi)$ 16. 68

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. 解:(I)这 100 份数学试卷的平均分为

$$60 \times 0.02 + 70 \times 0.08 + 80 \times 0.14 + 90 \times 0.15 + 100 \times 0.24 + 110 \times 0.15 + 120 \times 0.1 + 130 \times 0.08 + 140 \times 0.04 = 100. \dots$$

..... (4 分)

(II)抽查的 100 份试卷中,成绩位于区间 $[125, 135)$ 的有 8 份,位于区间 $[135, 145]$ 的有 4 份,共计 12 份试卷.从中分层抽取 6 份,设其中位于区间 $[125, 135)$ 的 4 份分别记作 A, B, C, D ,位于区间 $[135, 145]$ 的 2 份分别记作 a, b .

从 6 份试卷中任取 2 份试卷的所有可能情况有

$AB, AC, AD, Aa, Ab, BC, BD, Ba, Bb, CD, Ca, Cb, Da, Db, ab$, 共计 15 种结果,且每个结果的发生是等可能的.

至少有一份试卷成绩不低于 135 分的情况有: $Aa, Ab, Ba, Bb, Ca, Cb, Da, Db, ab$, 共计 9 种结果.

$$\therefore P(\text{至少有一份试卷成绩不低于 } 135 \text{ 分}) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}. \dots (12 \text{ 分})$$

18. 解:(I)证明:在 $\triangle GBB_1$ 中, $GB_1 = \frac{1}{2}AB = 2, BB_1 = 1, \angle A_1B_1B = 60^\circ$,

$$\text{则 } GB = \sqrt{GB_1^2 + BB_1^2 - 2GB_1 \cdot BB_1 \cos \angle A_1B_1B} = \sqrt{3},$$

$$\text{则 } GB_1^2 = BB_1^2 + GB^2, \text{ 即 } GB \perp BB_1,$$

由已知平面 $BB_1C_1C \perp$ 平面 AA_1B_1B , 且平面 $BB_1C_1C \cap$ 平面 $AA_1B_1B = BB_1$,

又 $GB \not\subset$ 平面 AA_1B_1B , 故 $GB \perp$ 平面 BB_1C_1C .

又 $GB \not\subset$ 平面 GBC , 则平面 $GBC \perp$ 平面 BB_1C_1C (6 分)

(II)由题意知, $V_{A-PBC} = V_{P-ABC}$,

由(I)知, $GB \perp$ 平面 $BB_1C_1C, BC \not\subset$ 平面 BB_1C_1C ,

则 $BC \perp GB$, 又 $BC \perp BB_1$, 且 $GB \cap BB_1 = B, GB, BB_1 \not\subset$ 平面 AA_1B_1B ,

可得 $BC \perp$ 平面 AA_1B_1B , 因此 PB 为三棱锥 $P-ABC$ 的高.

$$\text{又 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

咸阳市 2023 年高考数学(文科)模拟检测(三)-答案-1(共 3 页)

$$\therefore V_{A-PBC} = V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} \times PB = \frac{\sqrt{3}}{6}. \dots\dots\dots (12 \text{分})$$

19. 解:(I) $\because a_{n+1} - 2a_n = n - 1$, 且 $a_1 = 1$,

$$\therefore a_{n+1} + n + 1 = 2a_n + 2n = 2(a_n + n).$$

由于 $a_1 = 1$, 则 $a_1 + 1 = 2 \neq 0$, $\therefore a_n + n \neq 0$.

$$\text{则 } \frac{a_{n+1} + n + 1}{a_n + n} = 2. \text{ 来源: 高三答案公众号}$$

\therefore 数列 $\{a_n + n\}$ 是以 2 为首项, 2 为公比的等比数列.

$$\therefore \text{数列 } \{a_n\} \text{ 的通项公式为 } a_n = 2^n - n. \dots\dots\dots (6 \text{分})$$

$$(\text{ II }) \because a_n = 2^n - n,$$

$$\begin{aligned} \therefore S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\ &= (2-1) + (2^2-2) + (2^3-3) + \dots + (2^n-n) \\ &= 2^{n+1} - 2 - \frac{n(n+1)}{2}. \end{aligned}$$

$$\because S_n < 2\,023, \text{ 即 } 2^{n+1} - 2 - \frac{n(n+1)}{2} < 2\,023,$$

\therefore 满足 $S_n < 2\,023$ 的 n 的最大值为 10. $\dots\dots\dots (12 \text{分})$

20. 解:(I) 椭圆 C 的离心率为 $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

又点 M 到右焦点 F_2 距离的最大值为 $2 + \sqrt{3}$, 即 $a + c = 2 + \sqrt{3}$.

解得 $a = 2, c = \sqrt{3}$.

又由 $a^2 = b^2 + c^2$, 可得 $b = 1$.

$$\therefore \text{椭圆 } C \text{ 的方程为: } \frac{x^2}{4} + y^2 = 1. \dots\dots\dots (5 \text{分})$$

(II) 由题意, 设直线 l 的方程为 $x = my + \sqrt{3}$,

$$\text{联立 } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1, \\ x = my + \sqrt{3}, \end{cases} \text{ 得 } (m^2 + 4)y^2 + 2\sqrt{3}my - 1 = 0,$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{-2\sqrt{3}m}{m^2 + 4}, y_1 y_2 = \frac{-1}{m^2 + 4},$$

$$S_{\triangle F_1 AB} = \frac{1}{2} |F_1 F_2| |y_1 - y_2| = \sqrt{3} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = 4\sqrt{3} \frac{\sqrt{m^2 + 1}}{m^2 + 4} = 4\sqrt{3} \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1} + \frac{3}{\sqrt{m^2 + 1}}}$$

$$\leq 4\sqrt{3} \frac{1}{2\sqrt{3}} = 2,$$

当且仅当 $\sqrt{m^2 + 1} = \frac{3}{\sqrt{m^2 + 1}}$ 即 $m = \pm\sqrt{2}$ 时取等号.

\therefore 所求直线 l 的方程为 $x + \sqrt{2}y - \sqrt{3} = 0$ 或 $x - \sqrt{2}y - \sqrt{3} = 0. \dots\dots\dots (12 \text{分})$

21. 解: (I) 当 $a=1$ 时 $f(x)=x^2+x\ln x-x$, 则 $f(1)=0, f'(x)=2x+\ln x$,
切点 $(1,0)$, 斜率 $f'(1)=2$, 所求切线方程为: $y=2(x-1)$,
即 $2x-y-2=0$ (5分)

(II) 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 有相同的极值点 x_0 ,
则 $f'(x_0)=2x_0+\ln x_0+1-a=0, g'(x_0)=-2ae^{-2x_0}+2x_0=0$,
可得 $a=2x_0+\ln x_0+1=x_0e^{2x_0}$,
即 $\ln e^{2x_0}+\ln x_0+1=\ln(x_0e^{2x_0})+1=x_0e^{2x_0}$,
令 $t=x_0e^{2x_0}$, 则 $\ln t+1=t$,

构造函数 $h(t)=\ln t+1-t$, 则 $h'(t)=\frac{1}{t}-1=\frac{1-t}{t}$,

当 $t \in (0,1)$, $h'(t)>0$; 当 $t \in (1,+\infty)$, $h'(t)<0$;
∴ 函数 $h(t)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增, 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

∴ $h(t) \leq h(1)=0$, 即方程 $\ln t+1=t$ 的唯一根为 $t=1$,

即 $a=1$ (12分)

(二) 选考题: 共 10 分, 考生从 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 解: (I) 直线 $l: \begin{cases} x=a-2t \\ y=-1+t \end{cases}$ (t 为参数) 化为普通方程为 $x+2y+2-a=0$,

$\rho=2\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$, 即 $\rho^2=2\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$, 即 $x^2+y^2=2x+2y$, 即 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$,

圆心 $C(1,1)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{5-a}{\sqrt{1+4}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\frac{5-a}{5}$ (5分)

(II) 圆的半径为 $\sqrt{2}$, 弦的一半为 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$,

∴ $(\frac{3\sqrt{5}}{5})^2+(\frac{\sqrt{5}|5-a|}{5})^2=(\sqrt{2})^2$,

即 $a^2-10a+24=0$, 解得 $a=4$ 或 $a=6$ (10分)

23. 解: (I) $f(x)=|x-1|+|x+2| \geq |(x-1)-(x+2)|=3$, 当且仅当 $-2 \leq x \leq 1$ 时等号成立.

∴ $f(x)_{\min}=3$, 即 $p=3$ (5分)

(II) 证明: 依题意可知 $a^2+2b^2+3c^2=2p=6$, 则由柯西不等式得

$[1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2][a^2+(\sqrt{2}b)^2+(\sqrt{3}c)^2] \geq (a+2b+3c)^2$,

∴ $(a+2b+3c)^2 \leq 36$, 即 $|a+2b+3c| \leq 6$,

当且仅当 $a=b=c=\pm 1$ 时等号成立.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线