

石家庄市 2022~2023 学年度第二学期期末检测试题----- 高二数学答案

一、单选题：(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

1-5 B C B A B      6-8 C D A

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分

9. ABD      10. BCD      11. ACD      12. AD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 0.3      14.  $0.0525 \frac{3}{7}$       15. 624      16.  $(\frac{e}{2}, +\infty)$

四、解答题. (17 题 10 分，18-22 题每题 12 分)

17. (1)由题意， $(2x + \frac{1}{\sqrt{x}})^n$  展开式前三项的二项式系数和为

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 22, \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

解得  $n=6$  或  $n=-7$ (舍去)，即  $n$  的值为 6.  $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

(2)通项公式  $T_{k+1} = C_6^k (2x)^{6-k} (\frac{1}{\sqrt{x}})^k = C_6^k 2^{6-k} x^{6-\frac{3k}{2}}$   $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

令  $6 - \frac{3k}{2} = 0$ ，可得  $k=4$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

$\therefore$  展开式中的常数项为  $T_5 = C_6^4 2^{6-4} = 60$ .  $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

(3)令  $x=1$ ， $\therefore$  展开式中各项系数和为  $3^6 = 729$ .  $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

18.解：(1) $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

令  $f'(x) > 0$ ，解得  $x < -1$  或  $x > 3$ ，令  $f'(x) < 0$ ，解得  $-1 < x < 3$ ,  $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

所以  $f(x)$  单调递减区间为  $(-1, 3)$ ，单调递增区间为  $(-\infty, -1)$ ， $(3, +\infty)$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

(2)由(1)知， $f(x)_{\text{极小值}} = f(3) = \frac{1}{3} \times 3^3 - 3^2 - 3 \times 3 + m = -6$ ，解得  $m = 3$ .  $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

$f(x)$  在  $(-3, -1)$  单调递增，在  $(-1, 3)$  上单调递减，在  $(3, 4)$  上单调递增，

$$f(-3) = \frac{1}{3} \times (-3)^3 - (-3)^2 - 3 \times (-3) + 3 = -6,$$

$$f(-1) = \frac{1}{3} \times (-1)^3 - (-1)^2 - 3 \times (-1) + 3 = \frac{14}{3},$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \times (3)^3 - 3^2 - 3 \times 3 + 3 = -6,$$

$$f(4) = \frac{1}{3} \times (4)^3 - 4^2 - 3 \times 4 + 3 = -\frac{11}{3}, \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

所以  $f(x)$  在  $[-3, 4]$  上的最大值为  $\frac{14}{3}$ ，最小值为  $-6$ .  $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

19. 解: (1)由频率分布表可知, 在抽取的100人中, 有“冬奥迷” 25人, 故 $2 \times 2$ 列联表如下:

	非冬奥迷	冬奥迷	合计
女	30	15	45
男	45	10	55
总计	75	25	100

.....2分

零假设为 $H_0$ : 冬奥迷与性别有关 .....3分

把 $2 \times 2$ 列联表中的数据代入公式计算得:

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{100(30 \times 10 - 45 \times 15)^2}{75 \times 25 \times 45 \times 55} = \frac{100}{33} \approx 3.030, \dots\dots\dots 5分$$

因为 $3.030 < 3.841$ , 根据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 没有充分证据推断 $H_0$ 不成立,

所以不能认为“冬奥迷”与性别有关. ....7分

(2)由频率分布表可知抽到“冬奥迷”的频率为0.25, 将频率视为概率,

则从观众中抽到一名“冬奥迷”的概率 $P = \frac{1}{4}$ , .....8分

由题意得,  $X \sim B(3, \frac{1}{4})$ , .....9分

$$故 E(X) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \quad D(X) = 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}. \dots\dots\dots 12分$$

20.解: (1)设甲乙通过两轮制的初赛分别为事件 $A_1, A_2$ , 则

$$P(A_1) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}, \quad P(A_2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots 2分$$

由题意可得,  $X$ 的取值有0, 1, 2,

$$P(X = 0) = (1 - \frac{3}{5}) \times (1 - \frac{2}{5}) = \frac{6}{25}, \quad P(X = 1) = (1 - \frac{3}{5}) \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times (1 - \frac{2}{5}) = \frac{13}{25}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}. \dots\dots\dots 5分$$

$$所以 E(X) = 0 \times \frac{6}{25} + 1 \times \frac{13}{25} + 2 \times \frac{6}{25} = 1 \dots\dots\dots 6分$$

(2)依题意, 甲, 乙抢到并答对一题的概率分别为 $P(B_1) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$ ,  $P(B_2) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ , ....8分

乙已得10分, 甲若想获胜情况有:

①甲得20分: 其概率为 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

②甲得10分, 乙再得-10分, 其概率为 $C_2^1 (\frac{1}{5}) \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{25}$ ;

③甲得0分, 乙再得-20分, 其概率为 $(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5})^2 = \frac{4}{25}$ . ....11分

故乙已在第一道题中得10分的情况下甲获胜的概率为 $\frac{1}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{9}{25}$ . ....12分

21.解: (1)由题意知 $r_2 = -0.9953$ ,  $r_1 = \frac{13.94}{\sqrt{11.67} \times \sqrt{21.22}} = \frac{13.94}{\sqrt{247.6374}} \approx 0.886$ , .....2分

因为 $|r_1| < |r_2| < 1$ , 所有用 $y = c + \frac{d}{x}$ 模型建立 $y$ 与 $x$ 的回归方程更合适. ....4分

$$(2) \hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^{13} t_i y_i - 13 \bar{t} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^{13} t_i^2 - 13 \bar{t}^2} = \frac{-2.1}{0.21} = -10, \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\hat{c} = \bar{y} - \hat{d} \bar{t} = 109.94 + 10 \times 0.16 = 111.54, \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

所以 $\hat{y}$ 关于 $x$ 的回归方程为 $\hat{y} = 111.54 - \frac{10}{x}$ ; .....8分

$$(3) \text{由题意知 } \hat{z} = 20 \hat{y} - \frac{1}{2} x = 20 \left( 111.54 - \frac{10}{x} \right) - \frac{1}{2} x = 2230.8 - \left( \frac{200}{x} + \frac{1}{2} x \right)$$

$$\leq 2230.8 - 20 = 2210.8, \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

所以 $\hat{z} \leq 2210.8$ , 当且仅当 $x = 20$ 时等号成立,

所以当温度为 $20^\circ\text{C}$ 时这种草药的利润最大. ....12分

22.解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ,

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2ax + 2a + 1 = \frac{(x+1)(2ax+1)}{x}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

若 $a \geq 0$ , 则当 $x \in (0, +\infty)$ 时,  $f(x) > 0$ ; 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增. ....3分

若 $a < 0$ , 则当 $x \in (0, -\frac{1}{2a})$ 时,  $f(x) > 0$ ; 当 $x \in (-\frac{1}{2a}, +\infty)$ 时,  $f(x) < 0$ .

故 $f(x)$ 在 $(0, -\frac{1}{2a})$ 上单调递增, 在 $(-\frac{1}{2a}, +\infty)$ 上单调递减. ....5分

(2)证明: 由(1)知, 当 $a < 0$ 时,  $f(x)$ 在 $x = -\frac{1}{2a}$ 处取得最大值,

$$\text{最大值为 } f\left(-\frac{1}{2a}\right) = \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) - 1 - \frac{1}{4a}. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{所以 } f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2 \text{ 等价于 } \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) - 1 - \frac{1}{4a} \leq -\frac{3}{4a} - 2,$$

$$\text{即 } \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{2a} + 1 \leq 0. \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

设 $g(x) = \ln x - x + 1$ , 则 $g'(x) = \frac{1}{x} - 1$ . ....8分

当 $x \in (0, 1)$ 时,  $g'(x) > 0$ ; 当 $x \in (1, +\infty)$ 时,  $g'(x) < 0$ . 则 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减.

故当 $x = 1$ 时,  $g(x)$ 取得极大值且为最大值, 最大值为 $g(1) = 0$ . ....9分

所以当 $x > 0$ 时,  $g(x) \leq 0$ . ....10分

从而当 $a < 0$ 时,  $-\frac{1}{2a} > 0$ , 所以 $\ln\left(-\frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{2a} + 1 \leq 0$ ,

$$\text{即 } f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$