

石家庄市 2022~2023 学年度第二学期期末检测试题----- 高二数学答案

一、单选题：(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

1-5 B C B A B 6-8 C D A

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分

9. ABD 10. BCD 11. ACD 12. AD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 0.3 14. $0.0525 \frac{3}{7}$ 15. 624 16. $(\frac{e}{2}, +\infty)$

四、解答题. (17 题 10 分，18-22 题每题 12 分)

17. (1)由题意， $(2x + \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 展开式前三项的二项式系数和为
 $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 22$,2分
解得 $n=6$ 或 $n=-7$ (舍去)，即 n 的值为 6.3分

(2)通项公式 $T_{k+1} = C_6^k (2x)^{6-k} (\frac{1}{\sqrt{x}})^k = C_6^k 2^{6-k} x^{6-\frac{3k}{2}}$ 5分
令 $6 - \frac{3k}{2} = 0$ ，可得 $k=4$6分

∴展开式中的常数项为 $T_5 = C_6^4 2^{6-4} = 60$7分

(3)令 $x=1$ ，∴展开式中各项系数和为 $3^6 = 729$10分

18.解：(1) $f'(x) = x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$,1分

令 $f'(x) > 0$ ，解得 $x < -1$ 或 $x > 3$ ，令 $f'(x) < 0$ ，解得 $-1 < x < 3$,3分

所以 $f(x)$ 单调递减区间为 $(-1, 3)$ ，单调递增区间为 $(-\infty, -1)$ ， $(3, +\infty)$4分

(2)由(1)知， $f(x)_{\text{极小值}} = f(3) = \frac{1}{3} \times 3^3 - 3^2 - 3 \times 3 + m = -6$ ，解得 $m = 3$7分

$f(x)$ 在 $(-3, -1)$ 单调递增，在 $(-1, 3)$ 上单调递减，在 $(3, 4)$ 上单调递增，

$$f(-3) = \frac{1}{3} \times (-3)^3 - (-3)^2 - 3 \times (-3) + 3 = -6,$$

$$f(-1) = \frac{1}{3} \times (-1)^3 - (-1)^2 - 3 \times (-1) + 3 = \frac{14}{3},$$

$$f(3) = \frac{1}{3} \times (3)^3 - 3^2 - 3 \times 3 + 3 = -6,$$

$$f(4) = \frac{1}{3} \times (4)^3 - 4^2 - 3 \times 4 + 3 = -\frac{11}{3}, \text{11分}$$

所以 $f(x)$ 在 $[-3, 4]$ 上的最大值为 $\frac{14}{3}$ ，最小值为 -612分

19. 解: (1)由频率分布表可知, 在抽取的100人中, 有“冬奥迷” 25人, 故 2×2 列联表如下:

	非冬奥迷	冬奥迷	合计
女	30	15	45
男	45	10	55
总计	75	25	100

.....2分

零假设为 H_0 : 冬奥迷与性别有关3分

把 2×2 列联表中的数据代入公式计算得:

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} = \frac{100(30 \times 10 - 45 \times 15)^2}{75 \times 25 \times 45 \times 55} = \frac{100}{33} \approx 3.030, \dots\dots\dots 5分$$

因为 $3.030 < 3.841$, 根据小概率值 $\alpha = 0.05$ 的独立性检验, 没有充分证据推断 H_0 不成立,

所以不能认为“冬奥迷”与性别有关.7分

(2)由频率分布表可知抽到“冬奥迷”的频率为0.25, 将频率视为概率,

则从观众中抽到一名“冬奥迷”的概率 $P = \frac{1}{4}$,8分

由题意得, $X \sim B(3, \frac{1}{4})$,9分

$$故 E(X) = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}, \quad D(X) = 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}. \dots\dots\dots 12分$$

20.解: (1)设甲乙通过两轮制的初赛分别为事件 A_1, A_2 , 则

$$P(A_1) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}, \quad P(A_2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots 2分$$

由题意可得, X 的取值有0, 1, 2,

$$P(X = 0) = (1 - \frac{3}{5}) \times (1 - \frac{2}{5}) = \frac{6}{25}, \quad P(X = 1) = (1 - \frac{3}{5}) \times \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times (1 - \frac{2}{5}) = \frac{13}{25}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}. \dots\dots\dots 5分$$

$$所以 E(X) = 0 \times \frac{6}{25} + 1 \times \frac{13}{25} + 2 \times \frac{6}{25} = 1 \dots\dots\dots 6分$$

(2)依题意, 甲, 乙抢到并答对一题的概率分别为 $P(B_1) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$, $P(B_2) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$,8分

乙已得10分, 甲若想获胜情况有:

①甲得20分: 其概率为 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

②甲得10分, 乙再得-10分, 其概率为 $C_2^1 (\frac{1}{5}) \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{4}{25}$;

③甲得0分, 乙再得-20分, 其概率为 $(\frac{2}{3} \times \frac{3}{5})^2 = \frac{4}{25}$11分

故乙已在第一道题中得10分的情况下甲获胜的概率为 $\frac{1}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{9}{25}$12分

21.解: (1)由题意知 $r_2 = -0.9953$, $r_1 = \frac{13.94}{\sqrt{11.67} \times \sqrt{21.22}} = \frac{13.94}{\sqrt{247.6374}} \approx 0.886$,2分

因为 $|r_1| < |r_2| < 1$, 所有用 $y = c + \frac{d}{x}$ 模型建立 y 与 x 的回归方程更合适.4分

$$(2) \hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^{13} t_i y_i - 13 \bar{t} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^{13} t_i^2 - 13 \bar{t}^2} = \frac{-2.1}{0.21} = -10, \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\hat{c} = \bar{y} - \hat{d} \bar{t} = 109.94 + 10 \times 0.16 = 111.54, \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

所以 \hat{y} 关于 x 的回归方程为 $\hat{y} = 111.54 - \frac{10}{x}$;8分

$$(3) \text{由题意知 } \hat{z} = 20 \hat{y} - \frac{1}{2} x = 20 \left(111.54 - \frac{10}{x} \right) - \frac{1}{2} x = 2230.8 - \left(\frac{200}{x} + \frac{1}{2} x \right)$$

$$\leq 2230.8 - 20 = 2210.8, \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

所以 $\hat{z} \leq 2210.8$, 当且仅当 $x = 20$ 时等号成立,

所以当温度为 20°C 时这种草药的利润最大.12分

22.解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2ax + 2a + 1 = \frac{(x+1)(2ax+1)}{x}. \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

若 $a \geq 0$, 则当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$; 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.3分

若 $a < 0$, 则当 $x \in (0, -\frac{1}{2a})$ 时, $f(x) > 0$; 当 $x \in (-\frac{1}{2a}, +\infty)$ 时, $f(x) < 0$.

故 $f(x)$ 在 $(0, -\frac{1}{2a})$ 上单调递增, 在 $(-\frac{1}{2a}, +\infty)$ 上单调递减.5分

(2)证明: 由(1)知, 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $x = -\frac{1}{2a}$ 处取得最大值,

$$\text{最大值为 } f\left(-\frac{1}{2a}\right) = \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) - 1 - \frac{1}{4a}. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{所以 } f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2 \text{ 等价于 } \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) - 1 - \frac{1}{4a} \leq -\frac{3}{4a} - 2,$$

$$\text{即 } \ln\left(-\frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{2a} + 1 \leq 0. \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

设 $g(x) = \ln x - x + 1$, 则 $g'(x) = \frac{1}{x} - 1$8分

当 $x \in (0, 1)$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0$. 则 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减.

故当 $x = 1$ 时, $g(x)$ 取得极大值且为最大值, 最大值为 $g(1) = 0$9分

所以当 $x > 0$ 时, $g(x) \leq 0$10分

从而当 $a < 0$ 时, $-\frac{1}{2a} > 0$, 所以 $\ln\left(-\frac{1}{2a}\right) + \frac{1}{2a} + 1 \leq 0$,

$$\text{即 } f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$