绝密★考试结束前

宁波市 2022学年第二学期 期末九校联考高一数学试题

选择题部分

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知复数 $z=\dfrac{1+3\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}$，则 z 的共轭复数的虚部为

A．1　　B．i　　C．$-\mathrm{i}$　　D．-1

2．在平面直角坐标系 xOy 中，若角 α 以 x 轴的非负半轴为始边，且终边过点 $(4,-3)$，则 $\cos(\alpha-\dfrac{\pi}{2})$ 的值为

A．$-\dfrac{3}{5}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$-\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

3．设 l 是一条直线，α，β 是两个不同的平面，下列说法正确的是

A．若 $l//\alpha$，$l//\beta$，则 $\alpha//\beta$　　B．若 $\alpha\perp\beta$，$l//\alpha$，则 $l\perp\beta$

C．若 $l\perp\alpha$，$l\perp\beta$，则 $\alpha//\beta$　　D．若 $\alpha//\beta$，$l//\alpha$，则 $l//\beta$

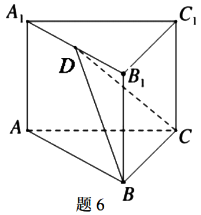
4．在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑．在鳖臑 $A-BCD$ 中，$AB\perp$ 平面 BCD，$BC\perp CD$，且 $AB=BC=CD=1$，则其内切球表面积为

A．3π　　B．$\sqrt{3}\pi$　　C．$(3-2\sqrt{2})\pi$　　D．$(\sqrt{2}-1)\pi$

5．已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n，若 $T_7>T_9>T_8$，则

A．$q<0$　　B．$a_1<0$

C．$T_{15}<1<T_{16}$　　D．$T_{16}<1<T_{17}$



题 6

6．如图，在棱长均为 2 的直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，D 是 A_1B_1 的中点，过 B，C，D 三点的平面将该三棱柱截成两部分，则顶点 B_1 所在部分的体积为

A．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$

C．$\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{7\sqrt{3}}{6}$

7．在 ΔABC 中，P_0 是边 AB 的中点，且对于边 AB 上任意一点 P，恒有 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}\ge\overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}$，则 ΔABC 一定是

A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．钝角三角形　　D．等腰三角形

8．十七世纪法国数学家皮埃尔•德•费马提出的一个著名的几何问题："已知一个三角形，求作一点，使其与这个三角形的三个顶点的距离之和最小"．它的答案是：当三角形的三个角均小于 120° 时，所求的点为三角形的正等角中心，即该点与三角形的三个顶点的连线两两成角 120°；当三角形有一内角大于或等于 120° 时，所求点为三角形最大内角的顶点．在费马问题中所求的点称为费

马点，已知在ΔABC中，已知$C=\frac{2}{3}\pi$，$AC=1$，$BC=2$，且点M在AB线段上，且满足$CM=BM$，若点P为ΔAMC的费马点，则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=$

A. -1　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{2}{5}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．下列说法正确的是

A．若$\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，则$\vec{a}//\vec{c}$　　B．$|(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}|\le|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$

C．若$\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$　　D．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\vec{b})^2$

10．下列说法正确的是

A．若$f(x)=\sin\omega x+2\cos(\omega x+\frac{\pi}{3}),\omega>0$的最小正周期为$\pi$，则$\omega=2$

B．在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，则"$A>B$"是"$a>b$"的充要条件

C．三个不全相等的实数a，b，c依次成等差数列，则2^a，2^b，2^c可能成等差数列

D．ΔABC的斜二测直观图是边长为2的正三角形，则ΔABC的面积为$2\sqrt{6}$

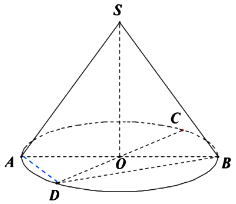
11．《几何原本》是古希腊数学家欧几里得的数学著作，其中第十一卷称轴截面为等腰直角三角形的圆锥为直角圆锥．如图，AB，CD是直角圆锥SO底面圆的两条不同的直径，下列说法正确的是

A．存在某条直径CD，使得$AD\perp SB$

B．若$AB=2$，则三棱锥$S-AOD$体积的最大值为$\frac{1}{6}$

C．对于任意直径CD，直线AD与直线SB互为异面直线

D．若$\angle ABD=\frac{\pi}{6}$，则异面直线SA与CD所成角的余弦值是$\frac{\sqrt{2}}{4}$



题 11

12．已知数列$\{a_n\}$中各项都小于2，$a_{n+1}^2-4a_{n+1}=a_n^2-3a_n$，记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则以下结论正确的是

A．任意a_1与正整数m，使得$a_m a_{m+1}\ge0$　　B．存在a_1与正整数m，使得$a_{m+1}>\frac{3}{4}a_m$

C．任意非零实数a_1与正整数m，都有$a_{m+1}<a_m$　　D．若$a_1=1$，则$S_{2022}\in(1.5,4)$

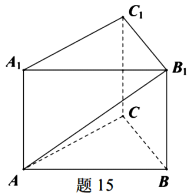
非选择题部分

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．杭州第19届亚运会会徽"潮涌"的主题图形融合了扇面、钱塘江、钱江潮头、赛道、互联网及太阳六大元素，其中扇面造型代表了江南厚重的人文底蕴．在中国历史上，历代书画家都喜欢在扇面上绘画或书写以抒情达意．一幅扇面书法作品如图所示，经测量，上、下两条弧分别是半径为30和12的两个同心圆上的弧（长度单位为cm），侧边两条线段的延长线交于同心圆的圆心，且圆心角为$\frac{2\pi}{3}$．若某空间几何体的侧面展开图恰好与图中扇面形状、大小一致，则该几何体的高为___▲___．

题 13

14．已知等差数列 $\{a_n\}$，$a_8=8$，$a_9=8+\frac{\pi}{3}$，则 $\frac{\cos a_5+\cos a_7}{\cos a_6}=$ ___▲___.



题 15

15．如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$BC=CC_1=3$，$AC=4$，$AC\perp BC$，动点 P 在 $\Delta A_1B_1C_1$ 内（包括边界上），且始终满足 $BP\perp AB_1$，则动点 P 的轨迹长度是___▲___.

16．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=3$，向量 $\vec{c}$ 满足 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+(1-\lambda)\vec{b}\ (0<\lambda<1)$，且 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，记 $x=\frac{\vec{c}\cdot\vec{a}}{|\vec{a}|}$，$y=\frac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}$，则 x^2+y^2-xy 的最大值为___▲___.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．定义一种运算：$(a,b)\begin{bmatrix} c\\ d\end{bmatrix}=ac+bd$．

（1）已知 z 为复数，且 $(3,\bar{z})\begin{bmatrix} z\\ 4\end{bmatrix}=7-3\mathrm{i}$，求 $|z|$；

（2）已知 x，y 为实数，$(y+\sin 2x,2)\begin{bmatrix} \mathrm{i}\\ y\end{bmatrix}-(1,\sin^2 x)\begin{bmatrix} \sin x\\ 2\sqrt{3}\mathrm{i}\end{bmatrix}$ 也是实数，将 y 表示为 x 的函数并求该函数的单调递增区间．

18．今年 9 月，象山将承办第 19 届杭州亚运会帆船与沙滩排球项目比赛，届时大量的游客来象打卡“北纬 30 度最美海岸线”．其中亚帆中心所在地——松兰山旅游度假区每年各个月份从事旅游服务工作的人数会发生周期性的变化．现假设该景区每年各个月份从事旅游服务工作的人数可近似地用函数 $f(x)=40[A\cos\omega(x+4)+k]$ 来刻画．其中正整数 x 表示月份且 $x\in[1,12]$，例如 $x=1$ 时表示 1 月份，A 和 k 是正整数，$\omega>0$．统计发现，该景区每年各个月份从事旅游服务工作的人数有以下规律：

①各年相同的月份从事旅游服务工作的人数基本相同；

②从事旅游服务工作的人数最多的 8 月份和最少的 2 月份相差约 160 人；

③2 月份从事旅游服务工作的人数约为 40 人，随后逐月递增直到 8 月份达到最多．

（1）试根据已知信息，确定一个符合条件的 $y=f(x)$ 的表达式；

（2）一般地，当该地区从事旅游服务工作的人数超过 160 人时，该地区就进入了一年中的旅游旺季，那么一年中的哪几个月是该地区的旅游旺季？请说明理由．

19. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n=n^2+4n-3$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记$b_n=\dfrac{2n+5}{S_nS_{n+1}}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求$T_n$.

20. 在ΔABC中，内角A,B都是锐角.

（1）若$\angle C=\dfrac{\pi}{3}$，$c=2$，求ΔABC周长的取值范围；

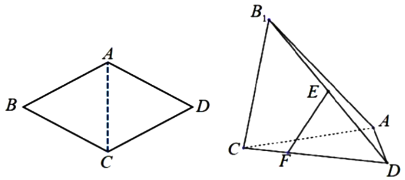
（2）若$\sin^2 A+\sin^2 B>\sin C$，求证：$\sin^2 A+\sin^2 B>1$.

21.（**<u>本题使用空间直角坐标系解答，一律不给分</u>**）已知边长为6的菱形$ABCD$，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{3}$，把$\Delta ABC$沿着$AC$翻折至$\Delta AB_1C$的位置，构成三棱锥$B_1-ACD$，且$\overrightarrow{DE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DB_1}$，$\overrightarrow{CF}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CD}$，$EF=\dfrac{\sqrt{37}}{2}$.

（1）证明：$AC\perp B_1D$；

（2）求二面角B_1-AC-D的大小；

（3）求EF与平面AB_1C所成角的正弦值.



题 21

22. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，当$n\geq 2$时，其前n项和S_n满足：$S_n^{\ 2}=a_n(S_n-1)$，且$S_n\neq 0$，数列$\{b_n\}$满足：对任意$n\in N^*$有$\dfrac{b_1}{S_1}+\dfrac{b_2}{S_2}+\cdots+\dfrac{b_n}{S_n}=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$.

（1）求证：数列$\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$是等差数列；

（2）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（3）设T_n是数列$\left\{\dfrac{2n-1}{b_{2n}-b_n}\right\}$的前$n$项和，求证：$T_n<\dfrac{7}{6}$.

命题：鄞州中学 赖志超

审题：象山中学 张小凯