

宣城市 2022—2023 学年度第二学期期末调研测试

高二数学试题

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单选题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

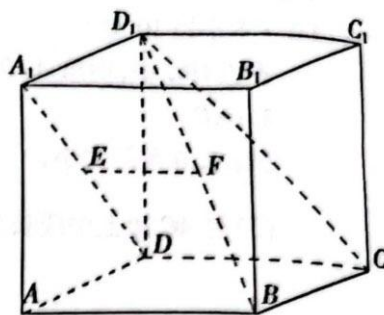
1. 已知复数 $z = \frac{1-i}{2+2i}$, 则 $z - \bar{z} =$
 - A. $-i$
 - B. i
 - C. 0
 - D. 1
2. 已知集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x | ax + 2 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值所组成的集合是
 - A. $\{-2, 0, 1\}$
 - B. $\{-1, 0, 2\}$
 - C. $\{-1, 2\}$
 - D. $\{-1, 1\}$
3. 为提高学生的数学学习兴趣,某中学拟开设《数学史》、《数学建模》、《数学探究》、《微积分先修课程》四门校本选修课程,其中有 5 位同学打算在上述四门课程中每人选择一门学习,则每门课程至少有一位同学选择的不同方法数共有
 - A. 120 种
 - B. 180 种
 - C. 240 种
 - D. 300 种
4. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上是增函数,则 a 的取值范围是
 - A. $(-\infty, 4]$
 - B. $(-\infty, 2]$
 - C. $(-4, 4]$
 - D. $(-4, 2]$
5. 已知椭圆 $A: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的一个焦点与抛物线 $B: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点重合,则下列说法不正确的是
 - A. 椭圆 A 的焦距是 2
 - B. 椭圆 A 的离心率是 $\frac{1}{2}$
 - C. 抛物线 B 的准线方程是 $x = -1$
 - D. 抛物线 B 的焦点到其准线的距离是 4
6. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为实数,其前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3 = 7, S_6 = 63$, 则 $a_7 =$
 - A. 4
 - B. 16
 - C. 32
 - D. 64
7. 已知向量 $\vec{a} = (7\sin\theta - 1, 5)$, $\vec{b} = (\cos^2\theta, 1)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\cos 2\theta =$
 - A. $-\frac{24}{25}$
 - B. $-\frac{7}{25}$
 - C. $\frac{7}{25}$
 - D. $\frac{24}{25}$
8. 若 $a = \sqrt{2}, b = e^{\frac{1}{e}}, c = \pi^{\frac{1}{\pi}}$, 则
 - A. $a < c < b$
 - B. $a < b < c$
 - C. $c < b < a$
 - D. $c < a < b$

宣城市高二数学试卷第 1 页(共 4 页)

二、多选题(本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.)

9. 如图,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 A_1D, BD_1 的中点,则

- A. $EF \parallel DC$
- B. A, E, F, C 四点共面
- C. $A_1D \parallel$ 平面 BCD_1
- D. 若 $EF = 1$,则正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 外接球的表面积为 12π



第9题图

10. 已知函数 $f(x) = xe^{x+1}$, 下列说法正确的是
- A. $f(x)$ 在区间 $(-\infty, -1)$ 上单调递减, 在区间 $(-1, +\infty)$ 上单调递增
 - B. $f(x)$ 在 $x \in \mathbb{R}$ 上仅有一个零点
 - C. 若关于 x 的方程 $f(x) = a (a \in \mathbb{R})$ 有两个实数解, 则 $a > -1$
 - D. $f(x)$ 在 $x \in \mathbb{R}$ 上有最小值 -1 , 无最大值
11. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$, 准线为 l , 过焦点 F 的直线与抛物线 C 交于 A, B 两点, $AD \perp l$, 垂足为 D , 设 $E(0, 1)$, 则
- A. 过 E 点与抛物线 C 有且仅有一个公共点的直线恰有 2 条
 - B. 已知曲线 C 上的两点 M, N 到点 F 的距离之和为 10, 则线段 MN 的中点的横坐标是 4
 - C. $|AE| + |AD|$ 的最小值为 $\sqrt{2}$
 - D. $|AB|$ 的最小值为 4
12. 记 M, N 为随机事件, 下列说法正确的是
- A. 若事件 M, N 相互独立, $P(M) = \frac{1}{2}, P(N) = \frac{1}{3}$, 则 $P(M \cup N) = \frac{2}{3}$
 - B. 若事件 M, N 互斥, $P(M) = \frac{1}{2}, P(N) = \frac{1}{3}$, 则 $P(\overline{M} \cup N) = \frac{5}{6}$
 - C. 若 $P(M) = \frac{1}{2}, P(\overline{M} | N) = \frac{3}{4}, P(\overline{M} | \overline{N}) = \frac{3}{8}$, 则 $P(N) = \frac{1}{3}$
 - D. 若 $P(M) = \frac{1}{2}, P(\overline{M} | N) = \frac{3}{4}, P(\overline{M} | \overline{N}) = \frac{3}{8}$, 则 $P(N | M) = \frac{1}{4}$

三、填空题:(本题共4小题,每小题5分,共20分.)

13. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}| = 10, |\vec{b}| = (3, 4)$, 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影向量的坐标为_____.
14. 已知椭圆 E 的三个顶点 A, B, C 构成等边三角形, 则椭圆 E 的离心率是_____.
15. 已知直线 $l: tx + y - 2 = 0$ 与圆 $M: x^2 + y^2 - 2x - 2ty + t^2 - 3 = 0$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle MAB$ 为钝角三角形, 则实数 t 的取值范围为_____.
16. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0)$ 满足 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1, f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调, 则 ω 的最大值为_____.

宣城市高二数学试卷第2页(共4页)

四、解答题(本题共6小题,共70分,其中第17题10分,其它每题12分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (本小题10分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,且 $(a+c)(\sin A + \sin C) = b\sin B + 3a\sin C$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 AC 边上中线长为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$, $a=2$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1=1$, $a_{n+1}=S_n+3$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设 $b_n = \log_2 a_n$, $c_n = a_n \cdot b_n$,求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题12分)

中国乒乓球队号称梦之队,在过往的三届奥运会上,中国代表团包揽了全部12枚乒乓球金牌,在北京奥运会上,甚至在男女子单打项目上包揽了金银铜三枚奖牌。为了推动世界乒乓球运动的发展,增强比赛的观赏性,2021年世界乒乓球锦标赛在乒乓球双打比赛中允许来自不同协会的运动员组队参加。现有来自甲协会的运动员5名,其中种子选手3名;乙协会的运动员3名,其中种子选手2名。从这8名运动员中随机选择4人参加比赛。

(1)设 A 为事件“选出的4人中恰有2名种子选手,且这2名种子选手来自同一个协会”,求事件 A 发生的概率;

(2)设 X 为选出的4人中种子选手的人数,求随机变量 X 的分布列,并求 $E(X)$ 。

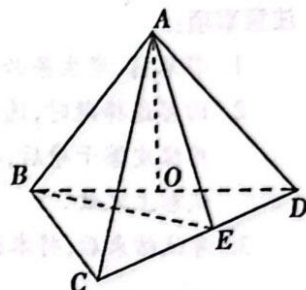


20. (本小题 12 分)

如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $BC = CD = 2\sqrt{2}$, $AB = AC = AD = BD = 4$, O 为 BD 的中点.

(1)证明: $OA \perp$ 平面 BCD ;

(2)点 E 在棱 CD 上,若平面 ABD 与平面 ABE 的夹角为 30° ,求 $\frac{DE}{DC}$ 的值.



第 20 题图

21. (本小题 12 分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 4, 点 $A(\sqrt{6}, 1)$ 在双曲线 C 上.

(1)求双曲线 C 的标准方程;

(2)若点 $B(\frac{3}{2}, 0)$, 过右焦点 F 的直线 l 与双曲线 C 的右支交于 M, N 两点, 求证: $\angle MBF = \angle NBF$.

22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + x - \ln x$.

(1)求函数 $y = f(x)$ 的单调区间;

(2)证明: 对任意的 $x > 0$, $f(x) + e^x > x^2 + x + 2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线