

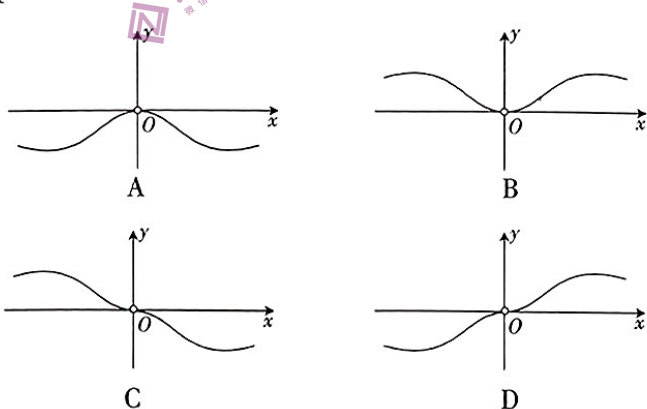
# 高二数学试卷

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教B版选择性必修第二册、第三册,必修第一册。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$                       B.  $\{-1, 0, 1\}$   
C.  $\{x | -3 \leq x \leq 2\}$                       D.  $\{-2, -1, 0, 1\}$
2. 已知随机变量  $\xi \sim N(5, \sigma^2)$ , 若  $P(3 \leq \xi \leq 7) = 0.4$ , 则  $P(\xi > 7) =$   
A. 0.6                      B. 0.4                      C. 0.3                      D. 0.2
3. 已知数列  $\{a_n\}$ , 则“ $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1} (n \geq 2)$ ”是“ $\{a_n\}$ 为等比数列”的  
A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件
4. 某人设计的一个密码由2个英文字母(不分大小写)后接2个数字组成,且2个英文字母不相同,2个数字也互不相同,则该密码可能的个数是  
A.  $C_{26}^2 C_{10}^2$                       B.  $C_{26}^2 C_{10}^2 A_2^4$                       C.  $A_{26}^2 A_{10}^2$                       D.  $A_{26}^2 A_{10}^2 A_2^2$
5. 函数  $f(x) = \frac{x^3 e^x}{e^{2x} - 1}$  的部分图象大致为



6. 某种产品的加工需要经过6道工序,如果其中某2道工序必须相邻,另外有2道工序不能相邻,那么加工顺序的种数为  
A. 72                      B. 144                      C. 288                      D. 156

7.  $(6x + \frac{1}{3\sqrt{x}})^9$  的展开式中按  $x$  的升幂排列的第 4 项为

- A.  $\frac{244}{27}x$       B.  $\frac{224}{9}$       C.  $\frac{112}{9}x^2$       D.  $\frac{224}{27}$

8. 已知  $x > y > 1 > z > 0$ ,  $a = \frac{1+xz}{z}$ ,  $b = \frac{1+xy}{x}$ ,  $c = \frac{1+yz}{y}$ , 则必有

- A.  $a > c > b$       B.  $b > c$  且  $a > c$   
C.  $b > c > a$       D.  $a > b$  且  $a > c$

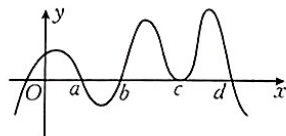
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知两个随机变量  $X, Y$  满足  $Y = 5X - 2$ , 若  $X \sim B(10, \frac{3}{5})$ , 则

- A.  $E(X) = 6$       B.  $D(X) = \frac{12}{5}$   
C.  $E(Y) = 30$       D.  $D(Y) = 60$

10. 已知函数  $f(x)$  的导函数的图象如图所示, 则

- A.  $f(x)$  有 3 个极大值点  
B.  $f(x)$  在  $x = a$  处取得极大值  
C.  $f(b) < f(c) < f(d)$   
D.  $f(a) > f(b)$



11. 已知  $(1-x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9$ , 则

- A.  $a_0 = 1$   
B.  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 0$   
C.  $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = -256$   
D.  $2a_1 + 2^2a_2 + 2^3a_3 + \dots + 2^9a_9 = -2$

12. 定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(-x+2) = f(x+2)$ , 当  $x \in [0, 2]$  时,  $f(x) = x \ln(x+1)$ , 则

- A.  $f(-1) = \ln 2$   
B.  $f(x)$  的一个周期为 4  
C.  $f(x)$  的图象关于点  $(-2, 0)$  对称  
D.  $f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2024) = 506 \ln 6$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若  $C_{n+1}^n = 28$ , 则  $n = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

14. 函数  $f(x) = \frac{5-x}{\sqrt{2-x}}$  的定义域为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ , 最小值为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

15. 记  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 公差为  $d$ , 若  $a_1 = 190$ ,  $S_{20} > 0$ ,  $S_{24} < 0$ , 则整数  $d$  的一个值可以为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

16. 利率的变动会对股价产生一定的影响, 根据分析得出, 在利率下调的情况下, 某股票的股价上涨的概率为 0.7, 在利率不变的情况下, 该股票的股价上涨的概率为 0.2, 在利率上调的情况下, 该股票的股价上涨的概率为 0.1. 假设利率下调的概率为 0.6, 利率不变的概率为 0.3, 则该股票的股价上涨的概率为  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10.分)

已知在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 + a_{10} = 34$ ,  $a_5 = 14$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (12 分)

为了提高学生体育锻炼的积极性,某中学需要了解性别因素对本校学生体育锻炼的喜好是否有影响,为此对学生是否喜欢体育锻炼的情况进行调查,得到下表:

体育锻炼	性别		合计
	男生	女生	
喜欢	280	$p$	$280+p$
不喜欢	$q$	120	$120+q$
合计	$280+q$	$120+p$	$400+p+q$

在本次调查中,男生人数占总人数的  $\frac{4}{7}$ ,女生喜欢体育锻炼的人数占女生人数的  $\frac{3}{5}$ .

(1) 求  $p, q$  的值;

(2) 能否有 99.9% 的把握认为学生的性别与喜欢体育锻炼有关?

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d.$$

$\alpha$	0.05	0.025	0.010	0.001
$\chi_{\alpha}^2$	3.841	5.024	6.635	10.828

19. (12 分)

已知函数  $f(x) = x^3 - x^2 + ax$  的极小值点为 1.

(1) 求  $a$ ;

(2) 若过点  $(-1, -1)$  作直线与曲线  $y = f(x)$  相切, 求切线方程.

## 20. (12分)

- (1)若成对样本数据 $(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )都落在直线 $y = -0.76x + 0.58$ 上,求样本相关系数.
- (2)现随机抽取10家航空公司,对其最近一年的航班正点率和乘客投诉次数进行调查.所得数据如下表所示:

航空公司编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
航班正点率 $x/\%$	80	78	81	84	86	90	91	93	88	89
乘客投诉次数 $y$	26	33	24	20	18	10	9	7	12	11

根据表格的数据,试问乘客投诉次数与航班正点率之间是否呈现线性相关关系?它们之间的相关程度如何?

参考公式:相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ ,当 $|r| > 0.85$ 时,两个变量之间具有

很强的线性相关关系.

参考数据:取 $\sqrt{155440} = 394.3$ .

## 21. (12分)

广场舞、健步走已成为广大群众喜闻乐见的健身活动,但围绕其噪音、占道发生的“扰民”问题常让人感到头疼,也成为社会关注的热点.不少地区为此出台了相关政策,对违规行为进行处罚.某地为引导群众文明开展健身活动,促进全民养成文明健康、绿色环保的生活方式,规范广场舞、集体健步走等活动的开展,发布了《静音广场舞,规范健步走倡议书》.小明的妈妈为响应号召,在家里积极锻炼,等步长沿直线前后连续移步.已知她从点 $O$ 出发,每次向前移动1步的概率为 $\frac{3}{4}$ ,向后移动1步的概率为 $\frac{1}{4}$ .

- (1)求移动4步后回到点 $O$ 的概率;
- (2)若移动5步后到达点 $Q$ ,记 $O, Q$ 两点之间的步数为随机变量 $X$ ,求 $X$ 的分布列和数学期望.

## 22. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^2 - x \ln x$ .

- (1)若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,求实数 $a$ 的取值范围.
- (2)已知方程 $f(x) = x$ 有两个不相等的实数根 $x_1, x_2$ ,且 $x_1 < x_2$ .
- ①求 $a$ 的取值范围;②若 $x_2 \geq 3x_1$ ,证明: $x_1 x_2 \geq \frac{9}{e^2}$ .