

2024 届贵州省六校联盟高考实用性联考卷（一） 数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚。
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。在试题卷上作答无效。
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。满分 150 分，考试用时 120 分钟。

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设 $z = \frac{1-i}{1+i}$ ，则 $|z-\bar{z}| =$
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 2i
2. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid \log_2 x \leq 2\}$ ， $N = \{x \in \mathbf{R} \mid |x-1| < 3\}$ ，则 $M \cap N =$
 A. $\{x \mid -2 < x < 4\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
 C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
3. 将 4 个不同的小球平均放入 2 个不同的盒子中，有多少种不同的放法？
 A. 6 B. 12 C. 3 D. 16
4. 设函数 $f(x) = 2^{x^2-a} \cdot \lg \frac{x-1}{x+1}$ 为奇函数，则实数 a 的值为
 A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
5. 设直线 $y=kx$ 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 相交于 A, B 两点， P 为 C 上不同于 A, B 的一点，直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 ，若 C 的离心率为 $\sqrt{2}$ ，则 $k_1 \cdot k_2 =$
 A. 3 B. 1 C. 2 D. $\sqrt{3}$
6. 若函数 $f(x) = \lg(1-ax)$ 在区间 $(0, 1)$ 内单调递减，则实数 a 的取值范围为
 A. $(0, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, 1]$ D. $(-\infty, 0)$
7. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，若 $B=2A$ ，则 $\frac{\sin A}{\sin B}$ 的取值范围是
 A. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ B. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
8. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $2^n \cdot a_n = 2^{n+1} \cdot a_{n+1} - 1$ ，且 $a_1 = 1$ ，若 $a_n < \frac{1}{5}$ ，则 n 的最小值为
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多个选项是符合题目要求的, 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 下列说法正确的是

- A. 数据 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的 70% 分位数是 7
- B. 应用最小二乘法所求的回归直线一定经过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y})
- C. 在残差图中, 残差点分布的水平带状区域越窄, 说明模型的拟合精度越高
- D. 离散型随机变量 ξ 的方差 $D(\xi)$ 反映了随机变量 ξ 取值的波动情况

10. 已知抛物线 $C: y=ax^2$ 的顶点为 O , 准线为 $y=-\frac{1}{2}$, 焦点为 F , 过 F 作直线 l 交抛物线于 M, N 两点 (M 在 N 的左边), 则

- A. $a=\frac{1}{2}$
- B. 若直线 l 经过点 $(-1, 0)$, 则 $|MN|=\frac{7}{2}$
- C. 线段 $|MN|$ 的最小值为 2
- D. 若 $\vec{FN}=3\vec{MF}$, 则直线 l 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a, b, c, d \in \mathbf{R}$) 的图象如图 1, 则下列结论正确的有

- A. $b=-3a$
- B. $bc>0$
- C. $3a+2b+c<0$
- D. $a+b+c>0$

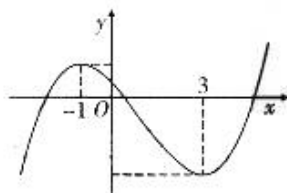


图 1

12. 骰子通常作为桌上游戏的小道具. 最常见的骰子是六面骰, 它是一个质地均匀的正方体, 六个面上分别写有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6. 现有一款闯关游戏, 共有 3 关, 规则如下: 在第 n 关要抛掷六面骰 n 次, 每次观察向上面的点数并做记录, 如果这 n 次抛掷所出现的点数之和大于 2^n+n , 则算闯过第 n 关, $n=1, 2, 3$. 假定每次闯关互不影响, 则

- A. 挑战第 1 关通过的概率为 $\frac{2}{3}$
- B. 直接挑战第 2 关并过关的概率为 $\frac{7}{12}$
- C. 连续挑战前两关并过关的概率为 $\frac{7}{24}$
- D. 若直接挑战第 3 关, 设 $A =$ “三个点数之和等于 15”, $B =$ “至少出现一个 5 点”, 则 $P(A|B) = \frac{1}{13}$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知向量 $|\mathbf{a}|=1$, $|\mathbf{b}|=2$, 且 $(\mathbf{a}+\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$, 则 $|2\mathbf{a}-\mathbf{b}|=$ _____.
14. 已知底面半径为 2, 高为 4 的圆锥, 用一个平行于底面的平面去截该圆锥得体积相等的两个几何体, 则所截得的圆台的高为 _____ . 来源: 高三答案公众号
15. 已知圆 $C: x^2+y^2-2y=0$, 过直线 $l: x+y+1=0$ 上任意一点 P , 作圆的两条切线, 切点分别为 A, B 两点, 则 $|AB|$ 的最小值为 _____.
16. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega>0$), 相邻两个零点的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且 $g(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)-a$ 在区间 $\left[0, \frac{13\pi}{6}\right]$ 上有 5 个不同的零点, 则 5 个零点之和的取值范围是 _____.

四、解答题 (共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $b\sin C=\sqrt{3}c\sin \frac{B}{2}$.

- (1) 求角 B 的大小;
 (2) 若 $b=6$, 且 AC 边上的中线长为 4, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题满分 12 分)

已知在正项数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=\frac{1}{3}$, 当 $n \geq 2$ 时, $3a_n^2+2a_n a_{n-1}-a_{n-1}^2=0$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为偶数,} \\ \frac{2}{\log_{\frac{1}{3}} a_n \cdot (\log_{\frac{1}{3}} a_n + 2)}, & n \text{ 为奇数,} \end{cases}$ S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $S_{2n} < \frac{9}{8}$.

19. (本小题满分 12 分)

为了丰富学生的课外活动, 某中学举办羽毛球比赛, 经过三轮的筛选, 最后剩下甲、乙两人进行最终决赛, 决赛采用五局三胜制, 即当参赛甲、乙两位中有一位先赢得三局比赛时, 则该选手获胜, 则比赛结束. 每局比赛皆须分出胜负, 且每局比赛的胜负不受之前比赛结果影响. 假设甲在每一局获胜的概率均为 $p(0 < p < 1)$.

- (1) 若比赛进行三局就结束的概率为 $f(p)$, 求 $f(p)$ 的最小值;
- (2) 记 (1) 中, $f(p)$ 取得最小值时, p 的值为 p_0 , 以 p_0 作为 p 的值, 用 X 表示甲、乙实际比赛的局数, 求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

20. (本小题满分 12 分)

如图 2, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为矩形, $AD=2AB$, M 为 BC 中点, 平面 $A_1D_1DA \perp$ 平面 $ABCD$, $AA_1 \perp A_1D$ 且 $AA_1 = A_1D$.

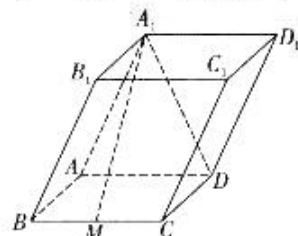


图 2

- (1) 证明: $A_1B_1 \perp A_1D$;
- (2) 若此四棱柱的体积为 2, 求二面角 $A-A_1B-M$ 的正弦值.

21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2-6} = 1$ 经过点 $P(2, 1)$.

- (1) 求 C 的离心率;
- (2) 直线 l 交 C 于 A, B 两点, 若直线 PA, PB 关于直线 $x=2$ 对称, 求 l 的斜率.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + ax + b$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $x+y=0$.

- (1) 求实数 a, b 的值;
- (2) 证明: 函数 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 , 且 $x_1 + x_2 < e^2$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

