

枣庄三中2022~2023学年度高三年级9月质量检测考试

数学试题

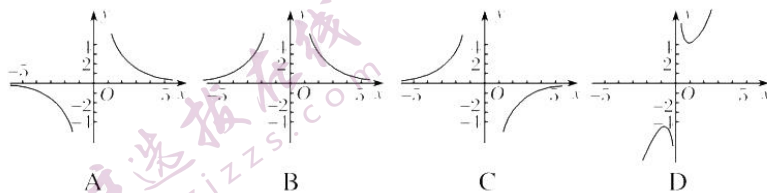
本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分。满分150分,考试时间120分钟。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目填涂在答题卡和答题纸规定的地方。

第I卷(选择题 共60分)

注意事项:第I卷共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,1到8题只有一项是符合题目要求,9到12题为多项选择题。每小题选出答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案。

一、单项选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分)

- 已知集合 $P = \{-1, 0, 1\}$, $Q = \{x | -1 \leq x < 1\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $[-1, 0]$ D. $[-1, 1)$
- 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbb{R} 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $f\left(\frac{5}{3}\right) =$ ()
A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$
- 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是 ()
A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$
- 已知函数 $f(x) = (ax-1)(x+b)$, 如果不等式 $f(x) > 0$ 的解集是 $(-1, 3)$, 则不等式 $f(-2x) < 0$ 的解集是 ()
A. $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
- 若关于 x 的不等式 $|x-1| < a$ 成立的充分条件是 $0 < x < 4$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
- 已知函数 $f(x) = \frac{10(x^2+1)}{x \cdot e^{ax}}$, 则函数 $f(x)$ 的图象大致为 ()



- 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(x+1) & (x \geq 0) \\ x^3 - 3x & (x < 0) \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - k$ 有三个不同的零点, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A.(-2, 2) B.(-2, 1) C.(0, 2) D.(1, 3)

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3 - \ln x, & x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 6, & x > 1 \end{cases}$, 若不等式 $f(x) \geq |2x - a|$ 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立,

则实数 a 的取值范围为()

- A. $\left[3 - \frac{1}{e}, 3\right]$ B. $[3, 3 + \ln 5]$ C. $[2, 5]$ D. $[3, 4 + \ln 2]$

二、多项选择题(本题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 在下列四组函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一函数的是()

A. $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ B. $f(x) = |x + 1|, g(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq -1, \\ -1 - x, & x < -1 \end{cases}$

C. $f(x) = 1, g(x) = (x + 1)^0$ D. $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{x}, g(x) = \frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

10. 已知 $a < 0, b > 0$, 那么下列不等式中一定成立的是()

- A. $b - a > 0$ B. $|a| > |b|$ C. $a^2 > ab$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

11. 下列说法正确的是()

- A. 若不等式 $ax^2 + 2x + c < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则 $a + c = 2$
 B. 若命题 $p: \forall x \in (0, +\infty), x - 1 > \ln x$, 则 p 的否定为 $\exists x \in (0, +\infty), x - 1 \leq \ln x$
 C. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$ ” 是 “ $A = B$ ” 的充要条件
 D. 若 $mx^2 + 3x + 2m < 0$ 对 $\forall m \in [0, 1]$ 恒成立, 则实数 x 的取值范围为 $(-2, -1)$

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 其图象关于点 $(1, 0)$ 对称.

以下关于 $f(x)$ 的结论正确的有()

- A. $f(x)$ 是周期函数 B. $f(x)$ 满足 $f(x) = f(4 - x)$
 C. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减 D. $f(x) = \cos \frac{\pi x}{2}$ 是满足条件的一个函数

第 11 卷 (共 90 分)

三、填空题(本题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

13. 求值: $\log_3 15 - \frac{1}{2} \log_3 25 =$ _____.

14. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, 1)$, 则 $y = f[\log_{\frac{1}{2}}(2x - 1)]$ 的定义域为 _____.

15. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 2y = xy$, 若 $x + 2y > m^2 + 2m$ 恒成立,

则 xy 的最小值为 _____, 实数 m 的取值范围为 _____ (本小题第一空 2 分, 第二空 3 分).

16. 已知函数 $f(x) = m \cdot 9^x - 3^x$, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立, 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题(本题共6小题, 第17题10分, 第18~22小题各12分, 共70分)

17.(本小题满分10分)

已知幂函数 $f(x) = (m-1)^2 x^{m^2 - 4m + 2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 函数 $g(x) = 2^x - k$.

(1) 求 m 的值;

(2) 当 $x \in [1, 2]$ 时, 记 $f(x)$, $g(x)$ 的值域分别为集合 A , B , 设 $p: x \in A$, $q: x \in B$, 若 p 是 q 成立的必要条件, 求实数 k 的取值范围.

18.(本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x^3 + (1-a)x^2 - a(a+2)x$, $g(x) = \frac{19}{6}x - \frac{1}{3}$,

若对任意 $x_1 \in [-1, 1]$, 总存在 $x_2 \in [0, 2]$, 使得 $f'(x_1) + 2ax_1 = g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

19.(本小题满分12分)

已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$ 和偶函数 $g(x)$ 满足 $\frac{1}{2}f(x) - g(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$.

(1) 求 $f(x)$, $g(x)$ 的解析式;

(2) 若 $g(x+5) + g\left(\frac{1}{x-1}\right) < g(x) + g\left(\frac{1}{x}\right)$, 求 x 的取值范围.

20.(本小题满分 12 分)

已知定义在区间 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+1}$ 为奇函数.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并判断函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上的单调性;
- (2) 解关于 t 的不等式 $f(t-1) + f(t) < 0$.

21.(本小题满分 12 分)

已知定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{x+3}{3}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 若对任意的 $t \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(t^2-2t) + f(2t^2-k) < 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

22.(本小题满分 12 分)

定义符号函数 $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$, 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x(x^2 - a) \cdot \text{sgn}(x^2 - a)$.

- (1) 已知 $f(1) \leq f(0)$, 求实数 a 的取值集合;
- (2) 当 $a = 1$ 时, $g(x) = f(x) - kx$ 在区间 $(-2, 0)$ 上有唯一零点, 求 k 的取值集合;
- (3) 已知 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上的最小值为 $f(0)$, 求正实数 a 的取值集合;

枣庄三中2022~2023学年度高三年级9月质量检测考试

数学试题参考答案

一、单项选择题(本题共8小题,每小题5分,共40分)

1.B 2.C 3.A 4.A 5.D 6.A 7.C 8.D

二、多项选择题(本题共4小题,每题5分,共20分,全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分)

9.BD 10.ACD 11.ABD 12.ABD

三、填空题(本题共4小题,每题5分,共20分)

13.1 14. $(\frac{3}{4}, 1)$ 15.8, (-4, 2) 16. $(0, \frac{1}{2})$

四、解答题(本题共6小题,第17题10分,第18~22小题各12分,共70分)

17.解 (1)依题意得: $(m-1)^2=1 \Rightarrow m=0$ 或 $m=2$,

当 $m=2$ 时, $f(x)=x^{-2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,与题设矛盾,舍去, $\therefore m=0$.…………2分

(2)由(1)得, $f(x)=x^2$,

当 $x \in [1, 2)$ 时, $f(x) \in [1, 4)$, 即 $A=[1, 4)$,

当 $x \in [1, 2)$ 时, $g(x) \in [2-k, 4-k)$,

即 $B=[2-k, 4-k)$, ……………6分

因 p 是 q 成立的必要条件, 则 $B \subseteq A$, ……………8分

则 $\begin{cases} 2-k \geq 1, \\ 4-k \leq 4, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} k \leq 1, \\ k \geq 0, \end{cases}$ 得 $0 \leq k \leq 1$.

故实数 k 的取值范围是 $[0, 1]$. ……………10分

18.解 由题意知, $g(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的值域为 $[-\frac{1}{3}, 6]$. ……………2分

令 $h(x)=f(x)+2ax=3x^2+2x-a(a+2)$,

则 $h'(x)=6x+2$, 由 $h'(x)=0$ 得 $x=-\frac{1}{3}$.

当 $x \in [-1, -\frac{1}{3})$ 时, $h'(x) < 0$; 当 $x \in (-\frac{1}{3}, 1]$ 时, $h'(x) > 0$,

所以 $[h(x)]_{\min} = h(-\frac{1}{3}) = -a^2 - 2a - \frac{1}{3}$. ……………6分

又由题意可知, $h(x)$ 的值域是 $[-\frac{1}{3}, 6]$ 的子集, 所以 $\begin{cases} h(-1) \leq 6, \\ -a^2 - 2a - \frac{1}{3} \geq -\frac{1}{3}, \\ h(1) \leq 6, \end{cases}$ ……………9分

解得实数 a 的取值范围是 $[-2, 0]$. ……………12分

19.解 (1)因为 $\frac{1}{2}f(x)-g(x)=\frac{x-1}{x^2+1}$,

所以 $\frac{1}{2}f(-x)-g(-x)=\frac{-x-1}{x^2+1}$, 即 $-\frac{1}{2}f(x)-g(x)=\frac{-x-1}{x^2+1}$,

所以 $f(x)=\frac{x-1}{x^2+1}-\frac{-x-1}{x^2+1}=\frac{2x}{x^2+1}$, $g(x)=\frac{1}{x^2+1}$6分

(2)因为 $g(x)+g\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}=1$,

所以由 $g(x+5)+g\left(\frac{1}{x-1}\right)<g(x)+g\left(\frac{1}{x}\right)$, 得 $\frac{1}{(x+5)^2+1}+\frac{(x-1)^2}{1+(x-1)^2}<1$,8分

整理得 $\frac{1}{(x+5)^2+1}<\frac{1}{1+(x-1)^2}$, 解得 $x>-2$10分

结合分母不为零得 x 的取值范围是 $(-2, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$12分

20.解 (1) $\because f(x)$ 是在区间 $(-1, 1)$ 上的奇函数,

$\therefore f(0)=a=0$, $\therefore f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ (经验证 $f(x)$ 为奇函数).2分

设 $-1 < x_1 < x_2 < 1$,

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{1+x_1^2}-\frac{x_2}{1+x_2^2}$

$=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$,

$\because -1 < x_1 < x_2 < 1$,

$\therefore x_1-x_2 < 0$, $1-x_1x_2 > 0$, $(1+x_1^2)(1+x_2^2) > 0$,

$\therefore f(x_1)-f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2)$,

\therefore 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增.6分

(2) $\because f(t-1)+f(t) < 0$, 且 $f(x)$ 为奇函数,

$\therefore f(t) < -f(t-1)=f(1-t)$8分

又函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增,

$\therefore \begin{cases} t < 1-t, \\ -1 < t < 1, \\ -1 < 1-t < 1, \end{cases}$ 解得 $0 < t < \frac{1}{2}$11分

\therefore 关于 t 的不等式的解集为 $\left\{t \mid 0 < t < \frac{1}{2}\right\}$12分

21.解 (1) 当 $x < 0$ 时, $-x > 0$,

则 $f(-x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}-\frac{-x+3}{3}=2^x+\frac{x-3}{3}$2分

又 $f(x)$ 为奇函数,

所以 $-f(x)=2^x+\frac{x-3}{3}$, 所以 $f(x)=-2^x+\frac{3-x}{3}$,

所以 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{x+3}{3}, & x \geq 0, \\ -2^x + \frac{3-x}{3}, & x < 0. \end{cases}$ 5分

(2) 因为当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{x+3}{3}$, $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 单调递减, $y = -\frac{x+3}{3}$ 也单调递减,

所以 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减.6分

又 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数,

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减,

所以 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上单调递减.8分

因为 $f(t^2-2t) + f(2t^2-k) < 0$ 在 $t \in \mathbb{R}$ 上恒成立,

所以 $f(t^2-2t) < -f(2t^2-k)$.

又 $f(x)$ 为奇函数,

所以 $f(t^2-2t) < f(k-2t^2)$,

所以 $t^2-2t > k-2t^2$ 在 $t \in \mathbb{R}$ 上恒成立, 即 $3t^2-2t-k > 0$ 在 $t \in \mathbb{R}$ 上恒成立,10分

所以 $4+12k < 0$, 即 $k < -\frac{1}{3}$.

所以实数 k 的取值范围是 $(-\infty, -\frac{1}{3})$12分

22. 解 (1) 因为 $f(1) = \begin{cases} -1+2a, & a \leq 1, \\ 3-2a, & a > 1. \end{cases}$ $f(0) = 0$,1分

所以 $f(1) \leq f(0) \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 1, \\ -1+2a \leq 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a > 1, \\ 3-2a \leq 0. \end{cases}$

解得: $a \leq \frac{1}{2}$ 或 $a \geq \frac{3}{2}$,

所以实数 a 的取值集合为 $(-\infty, \frac{1}{2}] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$3分

(2) 当 $a=1$ 时, $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x(x^2-1), & x^2-1 \geq 0, \\ x^2 + 2x(x^2-1), & x^2-1 < 0, \end{cases}$

所以 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x(x^2-1), & x \geq 1 \text{ 或 } x \leq -1, \\ x^2 + 2x(x^2-1), & -1 < x < 1, \end{cases}$ 4分

因为 $g(x) = f(x) - kx$ 在区间 $(-2, 0)$ 上有唯一零点,

所以方程 $k = \frac{f(x)}{x}$ 在区间 $(-2, 0)$ 上有唯一的根,

所以函数 $y = k$ 与 $y = \frac{f(x)}{x}$ 在区间 $(-2, 0)$ 上有唯一的交点,

函数 $y = \frac{f(x)}{x}$ 的图象, 如图所示:

当 $-8 < k < -\frac{17}{8}$ 或 $k = -1$ 时, 两个函数图象只有一个公共点,

所以 k 的取值集合为 $(-8, -\frac{17}{8}) \cup \{-1\}$ 时, $g(x) = f(x) - kx$ 在

区间 $(-2, 0)$ 上有唯一零点. ……………7 分

(3) 当 $x=1$ 时, $f(x) \geq f(1)$ 在 $x \in [0, 1]$ 恒成立,

因为 $f(x) = x^2 - 2x(x^2 - a) \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - a)$,

$f(1) = 1 - 2(1-a) \cdot \operatorname{sgn}(1-a)$,

① 当 $a > 1$ 时, $f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow x^2 + 2x(x^2 - a) \geq 3 - 2a$

$\Leftrightarrow 2a(x-1) \leq 2x^3 + x^2 - 3$,

所以 $2a \geq \frac{2x^3 + x^2 - 3}{x-1} = 2x^2 + 3x + 3$ 在 $x \in [0, 1]$ 恒成立,

所以 $2a \geq 2 + 3 + 3 = 8 \Rightarrow a \geq 4$. ……………8 分

② 当 $0 < a \leq 1$ 时, $f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x(x^2 - a) \cdot \operatorname{sgn}(x^2 - a) \geq 2a - 1$,

i) 当 $\sqrt{a} \leq x \leq 1$ 时, 上式 $\Leftrightarrow x^2 + 2x(x^2 - a) \geq 2a - 1$,

所以 $2a \leq 2x^2 + x + 1$ 在 $x \in [\sqrt{a}, 1]$ 恒成立,

所以 $2a \leq 2a + \sqrt{a} + 1$, 此时 $0 < a \leq 1$ 的数都成立; ……………9 分

ii) 当 $0 \leq x < \sqrt{a}$ 时, $f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow x^2 + 2x(x^2 - a) \geq 2a - 1$,

所以 $2a \leq 2x^2 - x + 1$ 在 $x \in [0, \sqrt{a}]$ 恒成立,

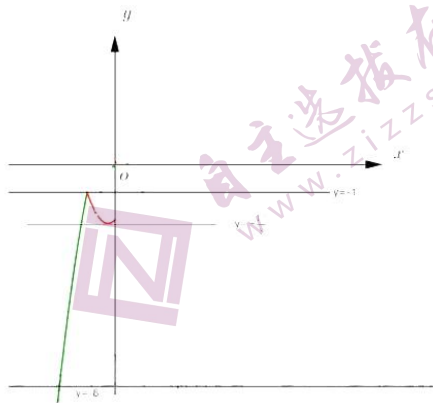
当 $\sqrt{a} \leq \frac{1}{4}$, 即 $0 < a \leq \frac{1}{16}$ 时, $2a \leq 2a - \sqrt{a} + 1 \Rightarrow 0 < a \leq 1$, 所以 $0 < a \leq \frac{1}{16}$;

当 $\frac{1}{4} < \sqrt{a} \leq 1$, 即 $\frac{1}{16} < a \leq 1$ 时, $2a \leq 2(\frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} + 1 \Rightarrow a \leq \frac{7}{16}$, 所以 $\frac{1}{16} < a \leq \frac{7}{16}$; ……………10 分

所以 $0 < a \leq \frac{7}{16}$; ……………11 分

综合①②可得: $0 < a \leq \frac{7}{16}$ 或 $a \geq 4$,

所以正实数 a 的取值集合为: $(0, \frac{7}{16}] \cup [4, +\infty)$. ……………12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线