

## 高二数学试题 (B) 参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1—4 CDCA      5—8 BBDB

二、多项选择题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，选对但不全的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. ACD      10. ABD      11. AD      12. AC

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.  $[1, +\infty)$       14. 17      15. ④ ④      16. 36

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

$$\text{解：(1) 原式} = \frac{\lg(20 \times 5) - \lg 80}{\lg 25 - \lg 16} = \frac{\lg \frac{100}{80}}{2 \lg \frac{5}{4}} = \frac{1}{2}; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 原式} = (2^2)^{-\frac{3}{2}} + \left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 + (-4) = 2^{-3} + \frac{3}{2} - 5 = \frac{1+12-40}{8} = -\frac{27}{8}.$$

\dots\dots\dots 10 分

18. (12 分)

$$\text{解：(1) } A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } B = \{x | x^2 + 2ax + a^2 - 1 < 0\}, \text{ 所以 } B = \{x | -a-1 < x < 1-a\},$$

$$\text{因为 } a = 1, \text{ 所以 } B = \{x | -2 < x < 0\}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{因此 } A \cap B = \{x | -1 < x < 0\}; \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | -a-1 < x < 1-a\},$$

因为  $P$  是  $Q$  成立的必要不充分条件，所以集合  $B$  是集合  $A$  的真子集，

$$\text{因此有 } \begin{cases} 1-a \leq 3, \\ -1-a \geq -1, \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } -2 \leq a \leq 0, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

经检验， $-2 \leq a \leq 0$  满足题意，\dots\dots\dots 11 分

故实数  $a$  的取值范围  $-2 \leq a \leq 0$  \dots\dots\dots 12 分

高二数学答案 (B) 第 1 页 (共 5 页)

19. (12分)

解：(1) 由题意设男士人数为  $x$ ，则女士人数为  $x+20$ ，

又  $x+x+20=100$ ，解  $x=40$ . 即男士有 40 人，女士有 60 人.....2 分

由此填写  $2 \times 2$  列联表如下：

	政策有效	政策无效	总计
女士	50	10	60
男士	25	15	40
合计	75	25	100

.....4 分

零假设为  $H_0$ ：政策的有效性与其性别无关；

由表中数据，计算  $\chi^2 = \frac{100 \times (50 \times 15 - 25 \times 10)^2}{60 \times 40 \times 75 \times 25} = 5.556 < 6.635 = \chi_{0.01}$ ，

依据小概率值  $\alpha = 0.01$  的独立性检验，没有充分依据推断  $H_0$  不成立，因此可以认为  $H_0$  成立，即认为政策的有效性与其性别无关. ....6 分

(2) 从被调查的该餐饮机构的市民中，利用分层抽样抽取 5 名市民，其中女士抽取

$60 \times \frac{5}{100} = 3$  人，男士抽取 2 人，.....7 分

$$P(X=0) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10},$$

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

$$P(X=2) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10},$$

所以  $X$  的分布列

$X$	0	1	2
$P$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$

.....10 分

$$E(X) = 0 \times \frac{3}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{5}. \quad \text{.....12 分}$$

20. (12分)

解: (1) 因为  $f(0) = 2$ ,

得  $c = 2$ ,

因为  $f(-1) = f(1)$ , 得  $b = 0$ ,

所以  $f(x) = x^2 + 2$ ; .....4分

(2) 由  $f(x) \leq 2ax$ , 得  $x^2 - 2ax + 2 \leq 0$ ,

因为  $\Delta = 4a^2 - 8$ , 所以当  $\Delta < 0$ , 即  $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$  时, 原不等式对应的方程无实根, 又二次函数  $y = x^2 - 2ax + 2$  的图象开口向上, 所以原不等式的解集为  $\emptyset$ . .....6分

当  $\Delta = 0$  时, 即  $a = \pm\sqrt{2}$  时, 原不等式对应的方程有两个相等实根.

当  $a = \sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\{x|x = \sqrt{2}\}$ ;

当  $a = -\sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\{x|x = -\sqrt{2}\}$ . .....8分

当  $\Delta > 0$ , 即  $a > \sqrt{2}$  或  $a < -\sqrt{2}$  时,

原不等式对应的方程有两个不等实数, 分别为  $x_1 = a - \sqrt{a^2 - 2}$ ,  $x_2 = a + \sqrt{a^2 - 2}$ ,

且  $x_1 < x_2$ , 所以原不等式的解集为  $\{x|a - \sqrt{a^2 - 2} \leq x \leq a + \sqrt{a^2 - 2}\}$ . .....11分

综上所述,

当  $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\emptyset$ ;

当  $a = \sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\{x|x = \sqrt{2}\}$ ;

当  $a = -\sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\{x|x = -\sqrt{2}\}$ ;

当  $a > \sqrt{2}$  或  $a < -\sqrt{2}$  时, 原不等式的解集为  $\{x|a - \sqrt{a^2 - 2} \leq x \leq a + \sqrt{a^2 - 2}\}$ . .....12分

21. (12分)

解: (1) 设  $x < 0$ , 则  $-x > 0$ , 则  $f(-x) = 2 \cdot (-x) - 1 = -2x - 1$ ,

又  $f(x)$  为奇函数, 所以  $f(x) = -f(-x) = 2x + 1$ .

所以  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \geq 0, \\ 2x + 1, & x < 0, \end{cases}$

当  $x \geq 0$  时,  $2x - 1 > 0$ , 得  $x > \frac{1}{2}$ ,

当  $x < 0$  时,  $2x + 1 > 0$ , 得  $-\frac{1}{2} < x < 0$ ,

所以不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ ;

(2) 证明: 充分性: 函数  $y = f(x)$  的图象关于直线  $x = a$  成轴对称图形,

所以  $f(a - x) = f(a + x)$ ,

即  $F(x) = F(-x)$ ,

高二数学答案 (B) 第 3 页 (共 5 页)

所以  $F(x)=f(x+a)$  为偶函数,

必要性: 因为  $F(x)=f(x+a)$  为偶函数,

所以  $f(a-x)=f(a+x)$ ,

函数  $y=f(x)$  的图象关于直线  $x=a$  成轴对称图形,

因为  $g(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称, 所以  $y=g(x+1)$  为偶函数,

所以  $g(1+x)=g(1-x)$ , 即  $g(x)=g(2-x)$  对任意  $x \in \mathbf{R}$  恒成立.

又当  $x < 1$  时,  $2-x > 1$ ,

$$\text{所以 } g(x) = (2-x)^2 - \frac{1}{2-x} = x^2 - 4x + 4 + \frac{1}{x-2}.$$

$$\text{所以 } g(x) = \begin{cases} x^2 - \frac{1}{x}, & x \geq 1, \\ x^2 - 4x + 4 + \frac{1}{x-2}, & x < 1. \end{cases}$$

22. (12分)

解: (1) 因为  $y = f(x) = \log_2(x^{-1} + a)$ ,

$$\text{所以 } x^{-1} + a = 2^y, \text{ 所以 } x = \frac{1}{2^y - a},$$

$$\text{所以 } f^{-1}(x) = \frac{1}{2^x - a}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{当 } a = 1 \text{ 时, } f^{-1}(x) = \frac{1}{2^x - 1} < 1,$$

故解集为  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ ;  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 方程  $f(x) + \log_2(x^2) = 1$ , 即  $\log_2(ax^2 + x) = 1$ ,

即  $ax^2 + x = 2$  的解集中恰好有一个元素,  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

当  $a = 0$  时,  $x = 2$ , 符合题意,

当  $a \neq 0$  时, 若  $\Delta = 1 + 8a = 0$ , 解得  $a = -\frac{1}{8}$ , 此时  $x = 4$ , 满足题意;

若  $\Delta = 1 + 8a > 0$ , 则  $ax^2 + x = 2$  有两个根, 因为  $\frac{1}{x} + a = \frac{2}{x^2}$ , 所以两根均满足题意; 所以不成立;

综上所述,  $a = 0$  或  $a = -\frac{1}{8}$ ;  $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

(3) 当  $a > 0$  时,  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,

所以函数  $f(x)$  在区间  $[t, t+1]$  上的最大值与最小值为  $f(t), f(t+1)$ ,

因为任意  $x_1, x_2 \in [t, t+1]$ ,  $|f(x_1) - f(x_2)| \leq 1$ ,

$$\text{所以 } f(t) - f(t+1) = \log_2\left(\frac{1}{t} + a\right) - \log_2\left(\frac{1}{t+1} + a\right) \leq 1,$$

$$\text{所以 } a \geq \frac{1}{t} - \frac{2}{t+1} = \frac{1-t}{t(t+1)}, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{设 } 1-t=r, \text{ 则 } 0 \leq r \leq \frac{1}{2}, \frac{1-t}{t(t+1)} = \frac{r}{(1-r)(2-r)} = \frac{r}{r^2-3r+2},$$

$$\text{当 } r=0 \text{ 时, } \frac{r}{r^2-3r+2} = 0,$$

$$\text{当 } 0 < r \leq \frac{1}{2} \text{ 时, } \frac{r}{r^2-3r+2} = \frac{1}{r + \frac{2}{r} - 3},$$

因为  $y = r + \frac{2}{r}$  在  $(0, \sqrt{2})$  上递减, 所以  $r + \frac{2}{r} \geq \frac{1}{2} + 4 = \frac{9}{2}$ ,

$$\text{所以 } \frac{r}{r^2-3r+2} = \frac{1}{r + \frac{2}{r} - 3} \leq \frac{1}{\frac{9}{2} - 3} = \frac{2}{3},$$

所以实数  $a$  的取值范围是  $a \geq \frac{2}{3} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

