

漳州市 2022-2023 学年（上）期末高中教学质量检测

高二数学参考答案

一、单项选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. B 2. C 3. A 4. B 5. A 6. D 7. D 8. C

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，选对但不全的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. BD 10. CD 11. ACD 12. ABD

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. -2 14. 形如 $x^2 - y^2 = \lambda$ ($\lambda \neq 0$) 即可 15. $\sqrt{21}$ 16. 2; 3981

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本小题满分 10 分)

解：(1) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 2，且 $a_2, a_3 + 2, a_4$ 成等差数列，

$$\therefore 2(a_3 + 2) = a_2 + a_4, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore 2(4a_1 + 2) = 2a_1 + 8a_1, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } a_1 = 2, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n, n \in \mathbb{N}^*. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(2) b_n = \log_2 2^n + 2^n = n + 2^n, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore T_n = (1 + 2 + \dots + n) + (2 + 2^2 + \dots + 2^n). \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} + 2^{n+1} - 2. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

18. (本小题满分 12 分)

解：(1) 选 ①， $\because C_n^2 = C_n^6, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore n = 8; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

选 ②， $\because$ 只有第 5 项的二项式系数最大， $\therefore \frac{n}{2} = 4, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore n = 8; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

选 ③， $\because$ 所有项的二项式系数的和为 256， $\therefore 2^n = 256, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\therefore n = 8. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 二项式 $(ax - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^8$ ($a > 0$) 的展开式的通项公式为

$$T_{r+1} = C_8^r (ax)^{8-r} (-\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^r = C_8^r a^{8-r} (-1)^r x^{8-\frac{4r}{3}} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

令 $8 - \frac{4r}{3} = 0$ 得 $r = 6$, 7 分

$\therefore$ 展开式中的常数项为 $C_8^6 \cdot a^2 = 112$, 8 分

得 $a^2 = 4$, 又 $\because a > 0$, $\therefore a = 2$, 9 分

$\therefore (2x - \frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_8^r 2^{8-r} (-1)^r x^{8-\frac{4r}{3}}$,

令 $8 - \frac{4r}{3} = 4$ 得 $r = 3$, 10 分

$\therefore T_4 = C_8^3 \cdot 2^5 (-1)^3 x^4 = -1792x^4$ 11 分

$\therefore$ 展开式中 x^4 的系数为 -1792 12 分

19. (本小题满分 12 分)

解: (1) 方法一:

圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 圆心 $(2, 3)$, 半径 $r = 1$, 1 分

设直线 l 的方程为 $y = kx + 2$, 即 $kx - y + 2 = 0$, 2 分

$\therefore$ 直线 l 与圆 C 相交于 M, N 两点, $\therefore \frac{|2k - 3 + 2|}{\sqrt{1+k^2}} < 1$, 4 分

解得: $0 < k < \frac{4}{3}$, $\therefore k$ 的取值范围是 $(0, \frac{4}{3})$ 6 分

方法二:

联立 $\begin{cases} y = kx + 2 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1 \end{cases}$, 整理得 $(k^2 + 1)x^2 - (2k + 4)x + 4 = 0$
..... 2 分

$\therefore$ 直线 l 与圆 C 相交于 M, N 两点, $\therefore \Delta = (2k + 4)^2 - 4(k^2 + 1) \cdot 4 > 0$,
..... 4 分

解得: $0 < k < \frac{4}{3}$, $\therefore k$ 的取值范围是 $(0, \frac{4}{3})$ 6 分

(2) $\because \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CN} = 0$, $\therefore CM \perp CN$, 7 分

$\therefore |CM| = |CN| = 1$, $\therefore$ 点 C 到直线 l 距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 8 分

即 $\frac{|2k - 3 + 2|}{\sqrt{1+k^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 9 分

整理得 $7k^2 - 8k + 1 = 0$, 解得 $k = \frac{1}{7}$ 或 $k = 1$, 11 分

$\therefore l$ 的方程为 $x - y + 2 = 0$ 或 $x - 7y + 14 = 0$ 12 分

20. (本小题满分12分)

解: (1) 设 $B(c, 0)$, 由条件知, $C(c, \frac{b^2}{a})$, 1分

$$\therefore \begin{cases} c = \sqrt{3} \\ \frac{b^2}{a} = \frac{1}{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}, \text{解得 } a = 2, b = 1, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

故 E 的方程为: $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 4分

(2) 设 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 由 $\begin{cases} y = \sqrt{3}x + 3 \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \end{cases}$, 得: $13x^2 + 24\sqrt{3}x + 32 = 0$,
..... 5分

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{24\sqrt{3}}{13}, x_1x_2 = \frac{32}{13}, \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{从而 } |PQ| = 2|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = 2 \times \frac{8}{13} = \frac{16}{13}. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

又点 O 到直线 PQ 的距离 $d = \frac{3}{2}$, 10分

$$\therefore S_{\Delta POQ} = \frac{1}{2}|PQ| \cdot d = \frac{1}{2} \times \frac{16}{13} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{13}, \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$\therefore \Delta POQ$ 的面积为 $\frac{12}{13}$ 12分

21. (本小题满分12分)

解: (1) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 5, a_{n+1} - 2a_n + 3 = 0, b_n = a_n - 3$,

$$\therefore b_{n+1} = a_{n+1} - 3 = (2a_n - 3) - 3 = 2(a_n - 3), \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\text{即 } b_{n+1} = 2b_n, \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\text{又 } b_1 = a_1 - 3 = 5 - 3 = 2 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$\therefore$ 数列 $\{b_n\}$ 是以 $b_1 = 2$ 为首项, 2 为公比的等比数列, 5分

$$\therefore b_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n, n \in N^*. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$(2) c_n = \frac{b_n}{(b_n - 1)(b_{n+1} - 1)} = \frac{2^n}{(2^n - 1)(2^{n+1} - 1)} = \frac{1}{2^n - 1} - \frac{1}{2^{n+1} - 1} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$S_n = c_1 + c_2 + \dots + c_n = \frac{1}{2 - 1} - \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{2^2 - 1} - \frac{1}{2^3 - 1} + \dots + \frac{1}{2^{n-1} - 1} - \frac{1}{2^n - 1} \\ + \frac{1}{2^n - 1} - \frac{1}{2^{n+1} - 1} = 1 - \frac{1}{2^{n+1} - 1}, \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$S_{n+1} - S_n = (1 - \frac{1}{2^{n+2} - 1}) - (1 - \frac{1}{2^{n+1} - 1}) = \frac{1}{2^{n+1} - 1} - \frac{1}{2^{n+2} - 1} \\ = \frac{2^{n+2} - 2^{n+1}}{(2^{n+1} - 1)(2^{n+2} - 1)} = \frac{2^{n+1}(2 - 1)}{(2^{n+1} - 1)(2^{n+2} - 1)} = \frac{2^{n+1}}{(2^{n+1} - 1)(2^{n+2} - 1)} > 0 \\ \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$\therefore$ 数列 $\{S_n\}$ 单调递增, $\therefore S_n$ 的最小值为 $S_1 = c_1 = \frac{2}{3}$ 12分

(也可以用函数的单调性简单说明数列 $\{S_n\}$ 单调递增)

22. (本小题满分 12 分)

解: (1) 设 $P(x, y)$, 连结 OP , 则 $\because Q$ 为切点, $\therefore PQ \perp OQ$,

由勾股定理有 $|PQ|^2 = |OP|^2 - |OQ|^2$, 2 分

又由已知 $|PQ| = |PA|$, $\therefore |PQ|^2 = |PA|^2$,

即: $(x^2 + y^2) - 1^2 = (x - 2)^2 + (y - 1)^2$. 整理得 $2x + y - 3 = 0$.

$\therefore$ 点 P 的轨迹方程为: $2x + y - 3 = 0$ 4 分

(2) 设圆 P 的半径为 R , $P(a, b)$, 圆 P 与圆 O 有公共点, 圆 O 的半径为 1,

$\therefore |R - 1| \leq |OP| \leq R + 1$, 即 $R \geq ||OP| - 1|$ 且 $R \leq |OP| + 1$,

..... 5 分

而 $|OP| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (-2a + 3)^2} = \sqrt{5(a - \frac{6}{5})^2 + \frac{9}{5}}$,

故当 $a = \frac{6}{5}$ 时, $|OP|_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 6 分

(也可以通过求点 O 到直线 $l: 2x + y - 3 = 0$ 的距离得到)

此时, $b = -2a + 3 = \frac{3}{5}$, $R_{\min} = \frac{3\sqrt{5}}{5} - 1$, 7 分

故半径取最小值时圆 P 的方程为: $(x - \frac{6}{5})^2 + (y - \frac{3}{5})^2 = (\frac{3\sqrt{5}}{5} - 1)^2$.

..... 8 分

(3) 设 O 关于直线 $l: 2x + y - 3 = 0$ 的对称点为 $O'(m, n)$,

$$\begin{cases} \frac{n}{m} \times (-2) = -1 \\ 2 \times \frac{m}{2} + \frac{n}{2} - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} m = \frac{12}{5} \\ n = \frac{6}{5} \end{cases}, \therefore O'(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}), \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

(也可以利用 $(\frac{6}{5}, \frac{3}{5})$ 是 OO' 的中点, 得

到 $O'(\frac{12}{5}, \frac{6}{5})$)

$\therefore ||PO| - |PQ|| = ||PO'| - |PA||$

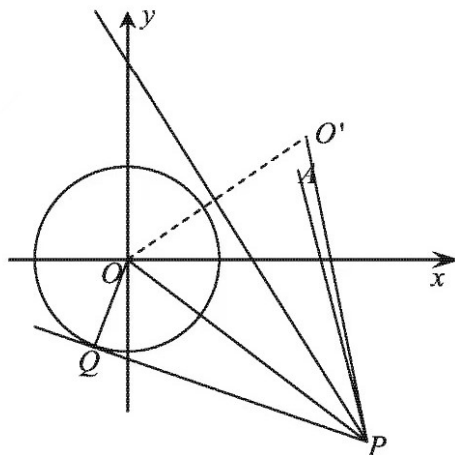
$\leq |O'A| = \sqrt{(\frac{12}{5} - 2)^2 + (\frac{6}{5} - 1)^2}$

$= \frac{\sqrt{5}}{5}$ 11 分

当 P, A, O' 三点共线时, 取得等号. 则

$||PO| - |PQ||$ 的最大值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

..... 12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线