

2022-2023 学年度第二学期合肥市六校联考高二年级 期末教学质量检测数学学科参考答案

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分. 每小题 4 个选项中，只有 1 个选项符合题目要求.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	B	B	A	D	A	B

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

题号	9	10	11	12
答案	CD	ACD	ACD	ABD

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分，把答案填在题中的横线上.）

13. 0.3 14. -32 15. $\frac{5}{12}$ 16. $\left(e-4, \frac{e^2}{4}\right) \cup \{e\}$

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 70 分，解答题应写出文字说明及演算步骤.）

17. 解：

- (1) 先在中间五个位置选两个位置安排甲，乙，然后剩余 5 个人在剩余五个位置全排列，
所以有 $A_5^2 \cdot A_5^5 = 2400$ 种. 3 分
- (2) 相邻问题，利用捆绑法，共有 $A_3^3 \cdot A_4^4 \cdot A_2^2 = 288$ 种. 6 分
- (3) 即不相邻问题，先排好女生共有 A_4^4 种排法，男生在 5 个空中安插，共有 A_5^3 种排法，
所以共有 $A_4^4 \cdot A_5^3 = 1440$ 种. 10 分

18. 解：（1）由于 $\{a_n\}$ 是等差数列，设公差为 d ，

$$\text{当选①②时: } \begin{cases} a_8 = a_1 + 7d = 9 \\ S_5 = 5a_1 + 10d = 20 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 1 \end{cases},$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2 + (n-1) \times 1 = n+1, n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{选①③时: } \begin{cases} a_8 = a_1 + 7d = 9 \\ a_2 + a_9 = 2a_1 + 9d = 13 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 1 \end{cases},$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2 + (n-1) \times 1 = n+1, n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{选②③时: } \begin{cases} S_5 = 5a_1 + 10d = 20 \\ a_2 + a_9 = 2a_1 + 9d = 13 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 1 \end{cases},$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = 2 + (n-1) \times 1 = n+1, n \in \mathbb{N}^*$ 6 分

（2）由(1)知, $a_n = n+1, n \in \mathbb{N}^*$,

$$\text{所以 } b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2},$$

$$\text{所以 } T_n = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2} = \frac{n}{2(n+2)}.$$

..... 12 分

19. 解:

(1) 列联表如下:

	感兴趣	不感兴趣	合计
男生	12	4	16
女生	9	5	14
合计	21	9	30

..... 2 分

零假设为 H_0 : 学生对“数学建模”选修课的兴趣度与性别无关

$$K^2 = \frac{30 \times (12 \times 5 - 4 \times 9)^2}{16 \times 14 \times 21 \times 9} \approx 0.4082 < 2.072$$

依据小概率值 $\alpha = 0.15$ 的独立性检验, 没有充分证据推断 H_0 不成立, 因此可以认为 H_0 成立, 即学生对“数学建模”选修课的兴趣度与性别无关;

..... 5 分

(2) 由题意可知 X 的取值可能为 0, 1, 2, 3,

$$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42},$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21},$$

$$P(X=2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{5}{14},$$

$$P(X=3) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21},$$

故 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{42}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{1}{21}$

$$E(X) = 0 \times \frac{5}{42} + 1 \times \frac{10}{21} + 2 \times \frac{5}{14} + 3 \times \frac{1}{21} = \frac{4}{3}.$$

..... 12 分

20. 解:

(1) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,

$$\because a_{n+1} = S_n + 1 \text{ ①}, \quad n \in \mathbb{N}^*,$$

$$\therefore \text{当 } n=1 \text{ 时, 有 } a_2 = S_1 + 1 = a_1 q,$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } a_n = S_{n-1} + 1 \text{ ②},$$

由 ① - ② 得 $a_{n+1} - a_n = S_n + 1 - (S_{n-1} + 1)$, 即 $a_{n+1} - a_n = a_n$,

$$\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2, \quad \therefore q = 2,$$

$$\therefore a_1 = 1,$$

$$\therefore a_n = 2^{n-1}; \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

(2) 由 (1) 得 $a_n = 2^{n-1}$, 则 $b_n = (-1)^n (a_n + n) = (-1)^n (2^{n-1} + n)$,

$$\therefore b_{2n} = 2^{2n-1} + 2n, \quad b_{2n-1} = -(2^{2n-2} + 2n - 1),$$

$$\therefore b_{2n} + b_{2n-1} = 4^{n-1} + 1,$$

$$\therefore T_{2n} = (b_1 + b_2) + (b_3 + b_4) + \dots + (b_{2n-1} + b_{2n}) = (1 + 4 + \dots + 4^{n-1}) + n = \frac{4^n - 1}{3} + n$$

..... 12 分

21. 解:

(1) 当 $a=2$ 时, $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$, 则 $f'(x)=x^2-2x$, $\therefore f'(3)=9-6=3$, 又 $f(3)=9-9=0$,

$\therefore f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程为: $y=3(x-3)$, 即 $3x-y-9=0$.

..... 5 分

(2) 由题意得: $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$, $f'(x)=x^2-ax=x(x-a)$;

当 $a=0$ 时, $f'(x)=x^2 \geq 0$, $\therefore f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

当 $a < 0$ 时, 若 $x \in (-\infty, a) \cup (0, +\infty)$, 则 $f'(x) > 0$; 若 $x \in (a, 0)$, 则 $f'(x) < 0$;

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, a), (0, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(a, 0)$ 上单调递减;

当 $a > 0$ 时, 若 $x \in (-\infty, 0) \cup (a, +\infty)$, 则 $f'(x) > 0$; 若 $x \in (0, a)$, 则 $f'(x) < 0$;

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 0), (a, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(0, a)$ 上单调递减;

综上所述: 当 $a=0$ 时, $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增;

当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, a), (0, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(a, 0)$ 上单调递减;

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0), (a, +\infty)$ 上单调递增, 在 $(0, a)$ 上单调递减.

..... 12 分

22. 解: (1) 令 $F(x)=e^x-x-1$, $F'(x)=e^x-1$,

当 $x \in (-\infty, 0)$, $F'(x) < 0$, 所以此时 $F(x)$ 单调递减;

当 $x \in (0, +\infty)$, $F'(x) > 0$, 所以此时 $F(x)$ 单调递增;

即当 $x=0$ 时, $F(x)$ 取得极小值也是最小值 $F(0)=0$, 所以 $F(x) \geq 0$, 得证;

..... 5 分

(2) 设 $h(x)=f(x)+g(x)-2-ax$,

即证 $h(x)=e^x+\sin x+\cos x-2-ax \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立,

易得 $h'(x)=e^x+\cos x-\sin x-a$,

当 $x=0$ 时, 若 $h'(0)=2-a \geq 0 \Rightarrow a \leq 2$,

下面证明: 当 $a \leq 2$ 时, $h(x)=e^x+\sin x+\cos x-2-ax \geq 0$, 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立,

因为 $h'(x)=e^x+\cos x-\sin x-a$, 设 $u(x)=h'(x)$,

则 $u'(x)=e^x-\sin x-\cos x \geq x+1-\sin x-\cos x=x-\sin x+1-\cos x > 0$,

所以 $h'(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是单调递增函数,

所以 $h'(x) \geq h'(0)=2-a \geq 0$, 所以 $h(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是严格增函数,

若 $a > 2$ 时, $h'(0) < 0$, 即 $h(x)$ 在 $x=0$ 右侧附近单调递减, 此时必存在 $h(x_0) < h(0)=0$,

不满足 $f(x)+g(x)-2-ax \geq 0 (a \in \mathbf{R})$ 恒成立,

故当 $a \leq 2$ 时, 不等式恒成立.

..... 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线