高 2026 届高一（上）月考考试

数学参考答案

一、单选题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	C	D	D	A	C

1【答案】B

【解析】$P=\{x|x<0\}$，$Q=\{x|x\le -1或x\ge 1\}$，所以$P\cap Q=\{x|x\le -1\}$，选 B.

2【答案】C

【解析】命题：“$\forall x\in R,x^2-x+6<0$”的否定是“$\exists x\in R,x^2-x+6\ge 0$”

3【答案】B

【解析】$A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x>a\}$，所以$a=\dfrac{3}{2}$，选 B.

4【答案】C

【解析】因为$a+\dfrac{1}{a}-\left(b+\dfrac{1}{b}\right)=(a-b)\left(1-\dfrac{1}{ab}\right)>0$，所以选项 A 错误；

当$c=0$时，$\dfrac{|c|}{a}=\dfrac{|c|}{b}$，所以 B 错误；

因为$a>b>1$，所以$(a-1)(b-1)=ab-(a+b)+1>0$，所以 C 正确；

$\dfrac{a}{b}<\dfrac{a+1}{b+1}\Leftrightarrow a(b+1)<b(a+1)\Leftrightarrow a<b$与$a>b$矛盾，所以 D 错误，故选 C.

5【答案】D

【解析】$A=\{x|5-x\in N,x\in N\}=\{0,1,2,3,4,5\}$，所以$M$为集合$A$的非空子集. 因为$card(A)=6$，所以$A$的非空子集个数为$2^6-1=63$，故选 D.

6【答案】D

【解析】因为$2 \notin C_R(A \cup B)$，所以$2 \in A \cup B$，由题得$A=\{x|1<x<3且x \neq 2\}$，所以$2 \in B$，所以$2^2-2b+4 \leq 0 \Rightarrow b \geq 4$，选 D.

7【答案】A

【解析】由题得$\lambda > \dfrac{x+y+5}{2\sqrt{xy}+4\sqrt{y}} = \dfrac{x+\frac{5}{9}y+\frac{4}{9}y+5}{2\sqrt{xy}+4\sqrt{y}} \geq \dfrac{\frac{2\sqrt{5}}{3}\sqrt{xy}+\frac{4\sqrt{5}}{3}\sqrt{y}}{2\sqrt{xy}+4\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$，

当且仅当$\begin{cases} x=\dfrac{25}{4} \\ y=\dfrac{45}{4} \end{cases}$时，等号成立，所以$\left\{\lambda \middle| \lambda \geq \dfrac{\sqrt{5}}{2}\right\}$是$\left\{\lambda \middle| \lambda > \dfrac{\sqrt{5}}{3}\right\}$的一个充分不必要条件, 故选 A.

8【答案】C

【解析】因为$x^2+x+1>0$恒成立，所以

$$\forall x>0, \frac{x^4+x^3-ax^2+x+1}{x^2+x+1}>0 \Leftrightarrow \forall x>0, x^4+x^3-ax^2+x+1>0$$

$$\Leftrightarrow a<\frac{x^4+x^3+x+1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(x+\frac{1}{x}\right)-2$$

令$t=x+\dfrac{1}{x} \geq 2$，所以$a<t^2+t-2=\left(t+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}$，当$t=2$时，二次函数取得最小值，最小值为$4$，所以$a<4$，故选 C.

二、多选题

9	10	11	12
ABC	ACD	BCD	AD

9【答案】ABC

【解析】当$a=5$时，$C_U B=\{6,7\}$; 当$a=6$时，$C_U B=\{5,7\}$; 当$a=7$时，$C_U B=\{5,6\}$; 故选 ABC.

10【答案】ACD

【解析】对 A：设命题 p 为“若 m，则 n”，p 的逆命题为“若 n，则 m”. 当 n 是 m 的充分不必要条件时，命题 p 为假命题，p 的逆命题为真命题，所以 A 错误；

对 B：若命题不正确，则 $x=2023$，当 $x=2023$ 时，$x^2>0$ 与 $x^2\le 0$ 矛盾，所以 B 正确；

对 C：“$xy=0$”的充要条件是“$x=0$ 或 $y=0$”，所以 C 错误；

对 D：否定是“小明的语文、数学月考成绩不都高于 100 分”，所以 D 错误, 故选 ACD.

11【答案】BCD

【解析】因为 $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}\ge\frac{x+y}{2}\ge\sqrt{xy}\ge\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$

对 A：$x+y=3+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge 3+\frac{4}{x+y}\Rightarrow x+y\ge 4$，所以 A 错误；

对 B：$3+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=x+y\ge\frac{4}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge 1$，当且仅当 $x=y=2$ 时等号成立，所以 B 正确；

对 C：因为 $x+y=\frac{x+y}{xy}+3\Rightarrow(x+y)\left(1-\frac{1}{xy}\right)=3$，

所以 $3=(x+y)\left(1-\frac{1}{xy}\right)\ge 2\sqrt{xy}\left(1-\frac{1}{xy}\right)=2\sqrt{xy}-\frac{2}{\sqrt{xy}}\Rightarrow xy\le 4$

当且仅当 $x=y=2$ 时等号成立，所以 C 正确；

对 D：$\sqrt{2\left(x^2+y^2\right)}\ge x+y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+3\ge\frac{2}{\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}}+3$，

令 $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}=t>0$，所以 $2t\ge\frac{2}{t}+3$，得到 $t\ge 2$，所以 $x^2+y^2\ge 8$，

当且仅当 $x=y=2$ 时等号成立，所以 D 正确，故选 BCD.

12【答案】AD

【解析】

对 A： $\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}=(x+y)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{y}\right)=1+\dfrac{3x}{y}+\dfrac{y}{x}+3\ge 4+2\sqrt{\dfrac{3x}{y}\times\dfrac{y}{x}}=4+2\sqrt{3}$

当且仅当 $\begin{cases}x+y=1\\ \dfrac{3x}{y}=\dfrac{y}{x}\end{cases}$，即 $\begin{cases}x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\\ y=\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ 时，取等号，A 选项正确；

对 B： $\dfrac{y^2}{3x+y}+\dfrac{3x+y}{4}\ge y$. 取等条件 $y=3x$; $\dfrac{4x^2}{2x+1}+\dfrac{2x+1}{4}\ge 2x$. 取等条件 $x=\dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{y^2}{3x+y}+\dfrac{4x^2}{2x+1}\ge y-\dfrac{3x+y}{4}+2x-\dfrac{2x+1}{4}=\dfrac{3x+3y-1}{4}=\dfrac{1}{2}$，因为取等条件与 $x+y=1$

矛盾，故 B 错误；

C.
$\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1-y}{y}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-1=(x+y)\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)-1=1+\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}+1-1\ge 1+2\sqrt{\dfrac{x}{y}\times\dfrac{y}{x}}=3$

当且仅当 $\begin{cases}x+y=1\\ x=y\end{cases}$，即 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$ 时，取等号，所以 C 错误；

对 D：

$\dfrac{2x}{3x+2y}+\dfrac{2y}{x+3y}=\dfrac{2x}{x+2}+\dfrac{2y}{1+2y}=3-\left(\dfrac{4}{x+2}+\dfrac{1}{1+2y}\right)=3-\dfrac{1}{7}\left[(2x+4)+(2y+1)\right]\cdot\left(\dfrac{8}{2x+4}+\dfrac{1}{1+2y}\right)$

$=3-\dfrac{1}{7}\left(8+\dfrac{2x+4}{1+2y}+\dfrac{16y+8}{2x+4}+1\right)\le 3-\dfrac{9+4\sqrt{2}}{7}=\dfrac{12-4\sqrt{2}}{7}$

当且仅当 $\begin{cases}x+y=1\\ \dfrac{2x+4}{1+2y}=\dfrac{16y+8}{2x+4}\end{cases}$，即 $\begin{cases}x=2-\sqrt{2}\\ y=\sqrt{2}-1\end{cases}$ 时，等号成立. 所以 D 正确. 故选 AD.

三、填空题

13	14	15	16
$\left\{a\middle|a\le\frac{1}{3}\right\}$	$\left\{x\middle|\frac{1}{4}<x<\frac{1}{3}\right\}$	$2\sqrt{2}$	$144\sqrt{2}-72$

13【答案】$\left\{a\middle|a\le\frac{1}{3}\right\}$

【解析】由题意得：$\Delta=4-4\times3a\ge0$，解得 $a\le\frac{1}{3}$，所以 a 的取值范围是$\left\{a\middle|a\le\frac{1}{3}\right\}$.

14【答案】$\left\{x\middle|\frac{1}{4}<x<\frac{1}{3}\right\}$

【解析】由题可知 $a>0$，所以 $cx^2+bx+a<0\Leftrightarrow\frac{c}{a}x^2+\frac{b}{a}x+1<0$，由韦达定理可得 $\frac{c}{a}=3\times4=12,-\frac{b}{a}=3+4=7$，所以不等式为 $12x^2-7x+1<0$，解得 $\frac{1}{4}<x<\frac{1}{3}$，所以解集为$\left\{x\middle|\frac{1}{4}<x<\frac{1}{3}\right\}$.

15【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】①当 $2a-\frac{1}{a}=a$ 时，解得 $a=\pm1$，

当 $a=1$ 时，$\left\{1,a,\frac{3}{a}\right\}=\{1,1,3\}$ 与集合元素的互异性矛盾，所以舍去；

当 $a=-1$ 时，$\left\{1,a,\frac{3}{a}\right\}=\{1,-1,-3\}=\left\{2a-\frac{1}{a},1,b\right\}=\{-1,1,b\}$，得到 $b=-3$ 与 $b>0$ 矛盾，所以舍去；

②当 $2a-\frac{1}{a}=\frac{3}{a}$ 时，解得 $a=\pm\sqrt{2}$，

当 $a=-\sqrt{2}$ 时，$\left\{1,a,\frac{3}{a}\right\}=\left\{1,-\sqrt{2},-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}=\left\{2a-\frac{1}{a},1,b\right\}=\left\{-\frac{3\sqrt{2}}{2},1,b\right\}$，得到

$b=-\sqrt{2}$ 与 $b>0$ 矛盾，所以舍去；

当 $a=\sqrt{2}$ 时，$\left\{1,a,\frac{3}{a}\right\}=\left\{1,\sqrt{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}\right\}=\left\{2a-\frac{1}{a},1,b\right\}=\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2},1,b\right\}$，得到 $b=\sqrt{2}$，

符合题意，所以 $a+b=2\sqrt{2}$.

16【答案】$144\sqrt{2}-72$

【解析】$\frac{1}{a^2}+\frac{9}{c^2}\geq\left(\frac{1}{a^2}+\frac{9}{c^2}\right)(3a+c)(3a+c)\geq 2\times\frac{3}{ac}\times 2\sqrt{3ac}\times 2\sqrt{3ac}=72$

当且仅当 $\frac{1}{a^2}=\frac{9}{c^2}$，即 $c=3a$ 时取等号；$3a+c\geq 2\sqrt{3ac}$，当且仅当 $c=3a$ 时取等号；

所以 $\frac{1}{a^2}+\frac{9}{c^2}\geq 72$，当且仅当 $c=3a$ 时取等号；

所以 $\begin{aligned}&\frac{b}{a^2}+\frac{9b}{c^2}+\frac{144}{b+1}=\left(\frac{1}{a^2}+\frac{9}{c^2}\right)b+\frac{144}{b+1}\geq 72b+\frac{144}{b+1}\\&=72(b+1)+\frac{144}{b+1}-72\geq 2\sqrt{72(b+1)\times\frac{144}{b+1}}-72=144\sqrt{2}-72\end{aligned}$ 当且仅当 $\begin{cases}a=\frac{1}{6}\\b=\sqrt{2}-1\\c=\frac{1}{2}\end{cases}$

时，等号成立，最小值为 $144\sqrt{2}-72$

四、解答题

17【答案】（1）$A\cap B=\{1,2\},B\cup C=\{x|0<x<3\}$；（2）$(C_RA)\cap C=\{x|0<x<2\text{且}x\neq 1\}$.

【解析】（1）$A\cap B=\{1,2\}$，由题得：$C=\{x|0<x<2\}$，

所以 $B\cup C=\{x|0<x<3\}$；……………………………………………6 分

（2）$(C_R A)\cap C=\{x|0<x<2且x\neq 1\}$. ……………………………………10 分

18【答案】（1）$A\cup B=\{x|-2<x<5\}$；（2）$\left\{a\middle|a\le -2或-1\le a\le \frac{3}{2}\right\}$.

【解析】（1）由题得：$A=\{x|-2<x<4\}$，

当 $a=2$ 时，$B=\{x|1<x<5\}$，所以 $A\cup B=\{x|-2<x<5\}$. ……………………6 分

（2）∵ $B=(A\cap B)$，∴ $B\subseteq A$，

①当 $B=\varnothing$ 时，$a-1\ge 2a+1$，解得：$a\le -2$；

②当 $B\neq\varnothing$ 时，由题得：$\begin{cases}a-1<2a+1\\a-1\ge -2\\2a+1\le 4\end{cases}$，解得：$-1\le a\le \frac{3}{2}$.

所以，a 的范围为 $\left\{a\middle|a\le -2或-1\le a\le \frac{3}{2}\right\}$. ……………………………12 分

19【答案】（1）$\{x|-4\le x<-1\}$；（2）$\{a|a\ge 5\}$

【解析】（1）由题得 $A=\{x|x<-1或x>4\}$，当 $a=3$ 时，$B=\{x|-4\le x\le 2\}$，

因为 p,q 都是真命题，所以 $-4\le x<-1$，所以 x 的取值范围是 $\{x|-4\le x<-1\}$. ………6 分

（2）由（1）知，命题 $p:x<-1或x>4$，所以 $\neg p:-1\le x\le 4$

由 $x^2+2x-a^2+1=(x+1-a)(x+1+a)\le 0$ 得：$-a-1\le x\le a-1$，

由题得 $\begin{cases}a>0\\-a-1\le -1\\a-1\ge 4\end{cases}$，解得 $a\ge 5$，

当 $a=5$ 时，$\{x|-1\le x\le 4\}\subsetneq\{x|-6\le x\le 4\}$，符合题意

所以 a 的取值范围为 $\{a|a\ge 5\}$. ………………………………………………12 分

20【答案】（1）$A\cap B=\{x|3+2\sqrt{2}<x\le 6\}$；（2）$\left\{a\middle|a\ge \frac{1}{2}\right\}$

【解析】（1）$A=\left\{x\middle|\frac{x-6}{x-1}\le 0\right\}=\{x|1<x\le 6\}$，

当 $a=\frac{1}{6}$ 时，$B=\left\{x\left|\frac{1}{6}x^2-x+\frac{1}{6}>0\right.\right\}=\left\{x\left|x<3-2\sqrt{2}\text{ 或 }x>3+2\sqrt{2}\right.\right\}$

所以 $A\cap B=\left\{x\left|3+2\sqrt{2}<x\le 6\right.\right\}$；……………………………………………………6 分

（2）由题可知：$\forall x\in A,ax^2-x+a>0$ 恒成立，即 $\forall x\in(1,6],ax^2-x+a>0$ 恒成立

$\Leftrightarrow \forall x\in(1,6],a>\frac{x}{x^2+1}$ 恒成立 $\Leftrightarrow \forall x\in(1,6],a>\left(\frac{x}{x^2+1}\right)_{\max}$

$\frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{x+\frac{1}{x}}\le\frac{1}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}}=\frac{1}{2}$ 当且仅当 $x=\frac{1}{x}$，即 $x=1$ 等号成立. 又因为 $x\in(1,6]$，

所以 $\left(\frac{x}{x^2+1}\right)_{\max}<\frac{1}{2}$，所以 $a\ge\frac{1}{2}$，即 a 的取值范围为 $\left\{a\left|a\ge\frac{1}{2}\right.\right\}$. ……………………12 分

21【答案】（1）$a+b+c=2$；（2）$\left\{a\left|1\le a\le 2\right.\right\}$；（3）详见解析.

【解析】（1）因为 $\forall x\in R,x^2-2x+3\le ax^2+bx+c\le 2x^2-4x+4$ 恒成立，所以 $x=1$ 满足不等式，即 $2\le a+b+c\le 2$，所以 $a+b+c=2$；……………………………………………3 分

（2）因为 $x^2-2x+3\le ax^2+bx+c\le 2x^2-4x+4$ 的解集为 R，所以

$\begin{cases}(a-2)x^2+(b+4)x+c-4\le 0\\(a-1)x^2+(b+2)x+c-3\ge 0\end{cases}$ 恒成立

①当 $a>2$ 或 $a<1$ 时，$\begin{cases}(a-2)x^2+(b+4)x+c-4\le 0\\(a-1)x^2+(b+2)x+c-3\ge 0\end{cases}$ 不恒成立，故舍去；

②当 $1<a<2$ 时，由题得 $\begin{cases}(b+4)^2-4(a-2)(c-4)\le 0\\(b+2)^2-4(a-1)(c-3)\le 0\end{cases}(*)$，将 $b=2-(a+c)$ 代入 $(*)$ 得

$$\begin{cases}\left[6-(a+c)\right]^2-4(a-2)(c-4)=\left[(a-2)+(c-4)\right]^2-4(a-2)(c-4)\le 0\\\left[4-(a+c)\right]^2-4(a-1)(c-3)=\left[(a-1)+(c-3)\right]^2-4(a-1)(c-3)\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a-2=c-4\\a-1=c-3\end{cases}$$

即 $c=a+2$，又因为 $a+b+c=2$，所以 $b=-2a$，

所以当 $\begin{cases}1<a<2\\b=-2a\\c=a+2\end{cases}$ 时，$\begin{cases}(a-2)x^2+(b+4)x+c-4\le 0\\(a-1)x^2+(b+2)x+c-3\ge 0\end{cases}$ 恒成立，所以 $1<a<2$ 符合题意；

③当$\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=3\end{cases}$或$\begin{cases}a=2\\b=-4\\c=4\end{cases}$时，$x^2-2x+3\le ax^2+bx+c\le 2x^2-4x+4$ 恒成立，符合题意；

综上：a的取值范围为$\{a|1\le a\le 2\}$. ……………………………………………………………8 分

（2）由（1）可得$\begin{cases}1\le a\le 2\\b=-2a\\c=a+2\end{cases}$，所以不等式化简为

$$a\left(3x^2-1\right)+\left(b-3\right)x+c=3ax^2-\left(2a+3\right)x+2=\left(3x-2\right)\left(ax-1\right)\le 0$$

①当$1\le a<\dfrac{3}{2}$时，解得$\dfrac{2}{3}\le x\le\dfrac{1}{a}$；

②当$a=\dfrac{3}{2}$时，解得$x=\dfrac{2}{3}$；

③当$\dfrac{3}{2}<a\le 2$时，解得$\dfrac{1}{a}\le x\le\dfrac{2}{3}$；

综上：当$1\le a<\dfrac{3}{2}$时，不等式的解集为$\left\{x\middle|\dfrac{2}{3}\le x\le\dfrac{1}{a}\right\}$；

当$a=\dfrac{3}{2}$时，不等式的解集为$\left\{x\middle|x=\dfrac{2}{3}\right\}$；

当$\dfrac{3}{2}<a\le 2$时，不等式的解集为$\left\{x\middle|\dfrac{1}{a}\le x\le\dfrac{2}{3}\right\}$. ……………………………………12 分

22【答案】（1）$\left[-\sqrt{10},\sqrt{10}\right]$；（2）$\left[\dfrac{35-5\sqrt{26}}{2},\dfrac{35+5\sqrt{26}}{2}\right]$.

【解析】(1)

$$5=x^2+2y^2+2xy=\left(x+2y\right)^2-2y^2-2xy$$

$$=\left(x+2y\right)^2-2y\left(x+y\right)\ge\left(x+2y\right)^2-2\left(\frac{y+x+y}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\left(x+2y\right)^2$$

$\Rightarrow -\sqrt{10}\le x+2y\le\sqrt{10}$，当且仅当$\begin{cases}x=0\\y=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}$时，$x+2y$ 取到最大值, 当且仅当

$\begin{cases} x=0 \\ y=-\dfrac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$时，$x+2y$ 取到最小值. 所以 $x+2y$ 的取值范围为$\left[-\sqrt{10},\sqrt{10}\right]$……………5 分

（2）①当 $x=0$ 时，$2y^2=5$，所以 $3x^2+xy+2y^2=5$；

②当 $x\neq 0$ 时，$3x^2+xy+2y^2=\dfrac{5\left(3x^2+xy+2y^2\right)}{x^2+2xy+2y^2}=\dfrac{5\left(3+\dfrac{y}{x}+\dfrac{2y^2}{x^2}\right)}{1+\dfrac{2y}{x}+\dfrac{2y^2}{x^2}}$

令 $\dfrac{y}{x}=t$，$3x^2+xy+2y^2=\dfrac{5\left(2t^2+t+3\right)}{2t^2+2t+1}=\dfrac{5\left(2t^2+2t+1+2-t\right)}{2t^2+2t+1}=5\left(1+\dfrac{2-t}{2t^2+2t+1}\right)$

令 $2-t=a$，$1+\dfrac{2-t}{2t^2+2t+1}=1+\dfrac{a}{2(2-a)^2+2(2-a)+1}=1+\dfrac{a}{2a^2-10a+13}$

（Ⅰ）当 $a>0$ 时，$1+\dfrac{a}{2a^2-10a+13}=1+\dfrac{1}{2a+\dfrac{13}{a}-10}\leq 1+\dfrac{1}{2\sqrt{26}-10}=\dfrac{7+\sqrt{26}}{2}$

当且仅当 $2a=\dfrac{13}{a}$，即 $a=\dfrac{\sqrt{26}}{2}$ 时，取等号. 所以 $1<1+\dfrac{1}{2a+\dfrac{13}{a}-10}\leq\dfrac{7+\sqrt{26}}{2}$ ；

（Ⅱ）当 $a=0$ 时，$1+\dfrac{a}{2a^2-10a+13}=1$；

（Ⅲ）当 $a<0$ 时，$1+\dfrac{1}{2a+\dfrac{13}{a}-10}\geq 1+\dfrac{1}{-2\sqrt{26}-10}=\dfrac{7-\sqrt{26}}{2}$，当且仅当 $2a=\dfrac{13}{a}$，

即 $a=-\dfrac{\sqrt{26}}{2}$ 时，等号成立. 所以 $\dfrac{7-\sqrt{26}}{2}\leq 1+\dfrac{1}{2a+\dfrac{13}{a}-10}<1$ ；

综上：$3x^2+xy+2y^2$ 的取值范围为$\left[\dfrac{35-5\sqrt{26}}{2},\dfrac{35+5\sqrt{26}}{2}\right]$. ……………………………12 分