高二数学6月联考试题参考答案

一、单选题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	A	B	D	B	C	B

二、多选题

9	10	11	12
AC	BD	ABC	ABD

三、填空题

13	14	15	16
$4x-2y-3=0$	$a_n=\frac{n+1}{2}$	3	$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

四、解答题

17.解：在ΔDEF中，由余弦定理得$EF^2=DE^2+DF^2-2DE\cdot DF\cdot\cos\angle EDF$，

即$DE^2+DF^2+ED\cdot DF=12$，……3分

即$(DE+DF)^2-DE\cdot DF=12$，

因为$DE\cdot DF\le\frac{1}{4}(DE+DF)^2$，……6分

所以$DE+DF\le4$，当且仅当$DE=DF=2$时取等，……8分

此时$\angle AED=90^0$，所以$AD=4$千米……10分

18.解：(1)∵$f(x)$为偶函数，$g(x)$为奇函数

∴$f(-x)-g(-x)=f(x)+g(x)=e^x$……3分

∴$f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，$g(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$……6分

(2)由（1）得$f(2x)=\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}$，由$f(2x)>ag(x)-1$得，

$$\frac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}>a\cdot\frac{e^x-e^{-x}}{2}-1$$

根据$y=e^x-e^{-x}$在R上单调递增，

故 $y>e^{\ln3}-e^{-\ln3}=3-\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$　　$x\in(\ln3,+\infty)$ 令 $e^x-e^{-x}=t$, $t>\frac{8}{3}$,

则原不等式等价于 $t^2-at+4>0$ 对 $t\in(\frac{8}{3},+\infty)$ 恒成立……9 分

$a<t+\frac{4}{t}$在 $t\in(\frac{8}{3},+\infty)$ 上恒成立∵$t+\frac{4}{t}>\frac{25}{6}$, ∴$a\le\frac{25}{6}$,

即 a 的取值范围是$(-\infty,\frac{25}{6}]$……12 分

19. 解:由题设可知 $a_2=a_1=1$, 当 $n\geq2$ 时,$a_{n+1}=T_{n-1}+a_n=2a_n$, 故 $a_n=2^{n-2}$

$a_n=\begin{cases}1, & n=1\\ 2^{n-2}, & n\geq2\end{cases}$……5 分

(2) 设 $Sn=\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\ldots\frac{n}{a_n}$, 则 $S_1=1$, 当 $n\geq2$ 时 $S_n=1+2\cdot2_0+\ldots+n\cdot2^{2-n}$,

故 $\frac{1}{2}S_{n=}\frac{1}{2}+2\cdot2^{-1}+\ldots+n\cdot2^{1-n}$.

于是 $\frac{1}{2}S_n=\frac{5}{2}+(2^{-1}+2^{-2}+\ldots+2^{2-n})-n\cdot2^{1-n}=\frac{5}{2}+\frac{2^{-1}(1-2^{2-n})}{1-2^{-1}}-n\cdot2^{1-n}$……10 分

整理可得 $S_n=7-(n+2)2^{2-n}$, 故 $S_n<7$, 又 $S_5=\frac{49}{5}>6$, 所以符合题设条件的 m 的最小值为 7. ……12 分

20. 解: $f'(x)=x-\frac{a}{x}=\frac{x^2-a}{x}(x>0)$

①当$a<0$时, $f'(x)=\frac{x^2-a}{x}>0$恒成立, 函数$f(x)$的递增区间为$(0,+\infty)$. ……3

分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\sqrt{a}$ 或 $x=-\sqrt{a}$.

x	$\left(0,\sqrt{a}\right)$	$\sqrt{a}$	$\left(\sqrt{a},+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	单调递减		单调递增

所以函数 $f(x)$ 的递增区间为 $\left(\sqrt{a},+\infty\right)$，递减区间为 $\left(0,\sqrt{a}\right)$. ……6 分

(2) 对任意的 $x\in[1,+\infty)$，使 $f(x)\geq 0$ 恒成立，只需对任意的 $x\in[1,+\infty)$，$f(x)_{\min}\geq 0$.

①当 $a<0$ 时，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数，所以只需 $f(1)\geq 0$，

而 $f(1)=\frac{1}{2}-a\ln 1-\frac{1}{2}=0$，所以 $a<0$ 满足题意；……8 分

②当 $0<a\leq 1$ 时，$0<\sqrt{a}\leq 1$，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数，

所以只需 $f(1)\geq 0$，而 $f(1)=\frac{1}{2}-a\ln 1-\frac{1}{2}=0$，所以 $0<a\leq 1$ 满足题意；……10 分

③当 $a>1$ 时，$\sqrt{a}>1$，$f(x)$ 在 $\left[1,\sqrt{a}\right]$ 上是减函数，$\left[\sqrt{a},+\infty\right)$ 上是增函数，

所以只需 $f\left(\sqrt{a}\right)\geq 0$ 即可而 $f\left(\sqrt{a}\right)<f(1)=0$，从而 $a>1$ 不满足题意；

综上可知，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,0)\cup(0,1]$. ……12 分

21.（1）证明：因为 $\frac{1}{S_n+1}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}$，$n\in\mathrm{N}^*$，所以 $S_n+1=\frac{a_{n+1}a_n}{a_{n+1}-a_n}$ ①，……2 分

当 $n\geq 2$ 时，$S_{n-1}+1=\frac{a_n a_{n-1}}{a_n-a_{n-1}}$ ②，则①−②得：$a_n=\frac{a_{n+1}a_n}{a_{n+1}-a_n}-\frac{a_n a_{n-1}}{a_n-a_{n-1}}$，因为 $a_n>0$，

所以 $1=\frac{a_{n+1}}{a_{n+1}-a_n}-\frac{a_{n-1}}{a_n-a_{n-1}}$，……4 分

整理得：$a_n^2=a_{n+1}a_{n-1}$，即 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_n}{a_{n-1}}$，所以数列 $\{a_n\}$ 是等比数列；……6 分

（2）$a_1=2$, $a_n=2\cdot 3^{n-1}$; $S_n=3^n-1$……8 分

$\frac{S_n+1}{S_n\cdot S_{n+1}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3^n-1}-\frac{1}{3^{n+1}-1}\right)$……10 分

$T_n=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-\cdots\cdots+\frac{1}{3^n-1}-\frac{1}{3^{n+1}-1}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3^{n+1}-1}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3^{n+1}-1}$……12 分

22．解(1)因为$f(x)=g(x)h(x)$，所以$f(x)=e^{x}(x-a)^{2}$，

所以$f'(x)=e^{x}(x-a)^{2}+e^{x}(2x-2a)=e^{x}(x^{2}-2ax+2x+a^{2}-2a)$，

又$f(x)$在$x=-1$处的切线与x轴平行，

所以$f'(-1)=0$，

所以$e^{-1}(1+2a-2+a^{2}-2a)=0$，

所以$1+2a-2+a^{2}-2a=0$，
即$a^{2}-1=0$，
所以$a=\pm 1$；……2 分
(2)因为$m(x)=\dfrac{g(x-1)}{x}$，

所以$m(x)=\dfrac{e^{x-1}}{x}$的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

$m'(x)=\dfrac{(x-1)e^{x-1}}{x^{2}}$，令$m'(x)=0$，得$x=1$，

当 x 变化时 $m'(x),m(x)$ 的关系如下表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$m'(x)$	−	无意义	−	0	+
$m(x)$	↘	无意义	↘	极小值	↗

所以$m(x)$在$(-\infty,0)$，$(0,1)$ 上单调递减；在 $(1,+\infty)$上单调递增.

所以$m(x)$的极小值为$m(1)=\dfrac{e^{0}}{1}=1$，为极大值；……4 分
(3)证明：要证$a+b+\ln(ab)>2$，

只需证$(a+\ln b)+(b+\ln a)>2$，根据$a+\ln b=b+\ln a$，

只需证$b+\ln a>1$，又a，b是两个不相等的正数，不妨设 $a<b$，
由$a+\ln b=b+\ln a$得$a-\ln a=b-\ln b$，

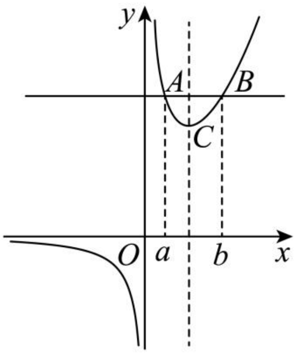
两边取指数，$e^{a-\ln a}=e^{b-\ln b}$，化简得：$\dfrac{e^{a}}{a}=\dfrac{e^{b}}{b}$，

自主选拔在线 微信号：zizzsw

令 $p(x)=\frac{e^x}{x}$，所以 $p(a)=p(b)$, ……6 分

$p(x)=\frac{e\cdot e^{x-1}}{x}=e\cdot m(x)$,

根据(2)得 $m(x)$ 在 $(-\infty,0),(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增(如图所示),



由于 $m(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减, 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,

要使 $p(a)=p(b)$ 且 a，b 不相等,

则必有 $0<a<1, b>1$，即 $0<a<1<b$,

由 $0<a<1<b$ 得 $b>1, 1-\ln a>1$.

要证 $b+\ln a>1$，只需证 $b>1-\ln a$,

由于 $p(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，要证 $b>1-\ln a$,

只需证 $p(b)>p(1-\ln a)$,

又 $p(a)=p(b)$，只需证 $p(a)>p(1-\ln a)$, ……8 分

只需证 $\frac{e^a}{a}>\frac{e^{1-\ln a}}{1-\ln a}=\frac{\frac{e}{a}}{1-\ln a}$,

只需证 $e^a(1-\ln a)>e$,

只需证 $\frac{1-\ln a}{e}>\frac{1}{e^a}$,

只需证 $\frac{1-\ln a}{e}-\frac{1}{e^a}>0$，即证 $\frac{1-\ln a}{e}-e^{-a}>0$,

令 $\varphi(x)=\frac{1-\ln x}{e}-e^{-x},(0<x<1)$, ……10 分

$\varphi(1)=0,\varphi(a)=\frac{1-\ln a}{e}-e^{-a}$,

只需证$\varphi(x)>0,(0<x<1)$,

$\varphi'(x)=-\frac{1}{ex}+e^{-x}=-\frac{1}{ex}+\frac{1}{e^{x}}=-\frac{e^{x}-ex}{ex\cdot e^{x}}$,

令 $h(x)=e^{x}-ex$, 则$h(1)=0,h'(x)=e^{x}-e<0,(0<x<1)$,

所以$h(x)$在 $(0,1)$上单调递减,

所以$h(x)>h(1)=0$,

所以$\varphi'(x)=-\frac{e^{x}-ex}{ex\cdot e^{x}}<0$，所以$\varphi(x)$在$(0,1)$上单调递减,

所以$\varphi(x)>\varphi(1)=0$，所以$\varphi(a)>0$,

所以：$a+b+\ln ab>2$. ……12 分

自主选拔在线 微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw
自主选拔在线
微信号：zizzsw
自主选拔在线
微信号：zizzsw
自主选拔在线
微信号：zizzsw