

高二数学试卷参考答案

1. D 因为 $A = \{x | -2 \leq x < 2\}$, $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$, 所以 $A \cap B = \{-2, -1, 0, 1\}$.
2. C 因为 $\xi \sim N(5, \sigma^2)$, $P(3 \leq \xi \leq 7) = 0.4$, 所以 $P(\xi > 7) = \frac{1-0.4}{2} = 0.3$.
3. B 若 $\{a_n\}$ 为等比数列, 则 $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$ ($n \geq 2$) 一定成立; 若 $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$, 则 $\{a_n\}$ 不一定为等比数列. 比如 $a_n = 0$.
4. C 因为英文字母有 26 个, 所以 2 个英文字母的排列有 A_{26}^2 种. 因为数字有 10 个, 所以数字的排列有 A_{10}^2 种, 所以该密码可能的个数是 $A_{26}^2 A_{10}^2$.
5. B $f(-x) = \frac{-x^3 e^{-x}}{e^{-2x} - 1} = \frac{x^3 e^x}{e^{2x} - 1} = f(x)$, 所以 $f(x)$ 是偶函数, 排除 C, D. 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$, 排除 A, 故选 B.
6. B 将 2 道必须相邻的工序捆绑在一起看作一个元素, 加工顺序的种数为 $A_3^3 A_2^2 A_1^1 = 144$.
7. B $(6x + \frac{1}{3\sqrt{x}})^9$ 的通项 $T_{r+1} = C_9^r (6x)^{9-r} (\frac{1}{3} x^{-\frac{1}{2}})^r = C_9^r 6^{9-r} 3^{-r} x^{9-\frac{3}{2}r}$, 所以按 x 的升幂排列的第 4 项为 $T_{5+1} = C_9^5 \times 6^3 \times 3^{-6} = \frac{224}{9}$.
8. D 因为 $x > y > 1 > z > 0$, 所以 $\frac{1}{x} < \frac{1}{y} < \frac{1}{z}$, 所以 $a = x + \frac{1}{z} > b = y + \frac{1}{x}$, $a = x + \frac{1}{z} > c = z + \frac{1}{y}$. 当 $x=4, y=\frac{4}{3}, z=\frac{6}{7}$ 时, $c > b$; 当 $x=4, y=\frac{4}{3}, z=\frac{1}{4}$ 时, $c < b$. 所以 b, c 的大小不能确定, 所以 $a > b$ 且 $a > c$.
9. ABD 由题意可得 $E(X) = 6, D(X) = \frac{12}{5}$, 则 $E(Y) = 28, D(Y) = 60$.
10. BCD 由图可知 $f(x)$ 在 $x=a$ 及 $x=d$ 处取得极大值, A 错误, B 正确. 当 $x \in [b, d]$ 时, $f'(x) \geq 0$, 则 $f(x)$ 单调递增, 则 $f(b) < f(c) < f(d)$, C 正确. 当 $x \in [a, b]$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减, 则 $f(a) > f(b)$, D 正确.
11. ACD 令 $x=0$, 则 $a_0 = 1$. 令 $x=1$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_9 = 0$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 = -1$. 令 $x=-1$, 则 $a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_9 = 2^9$, 则 $2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9) = -2^9$, 则 $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = -2^8 = -256$. 令 $x=2$, 则 $a_0 + 2a_1 + 2^2 a_2 + \cdots + 2^9 a_9 = -1$, 从而 $2a_1 + 2^2 a_2 + 2^3 a_3 + \cdots + 2^9 a_9 = -2$. 故选 ACD.
12. AB 因为 $f(x)$ 为偶函数, 且当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = x \ln(x+1)$, 所以 $f(-1) = f(1) = \ln 2$, 故 A 正确.
因为 $f(x)$ 为偶函数, 且 $f(-x+2) = f(x+2)$, 所以 $f(-x+2) = f(x+2) = f(x-2)$, 所以 $f(x+4) = f(x)$, 所以 $f(x)$ 的周期为 4, 故 B 正确.
因为 $f(-x+2) = f(x+2)$, 所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称. 因为 $f(x)$ 的周期为 4, 所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-2$ 对称, 故 C 错误.



因为 $f(0)=0, f(1)=\ln 2, f(2)=2\ln 3, f(3)=f(1)=\ln 2$,

所以 $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(2023)=506(0+\ln 2+2\ln 3+\ln 2)=1012\ln 6$, 故 D 错误.

13. 7 因为 $C_{n+1}^n = C_{n+1}^1 = \frac{(n+1)n}{2} = 28$, 所以 $n^2 + n - 56 = (n-7)(n+8) = 0$, 所以 $n=7$ 或 $n=-8$ (舍去).

14. $(-\infty, 2); 2\sqrt{3}$ 由 $2-x > 0$, 得 $x < 2$, 则 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 2)$.

$f(x) = \frac{3+2-x}{\sqrt{2-x}} = \frac{3}{\sqrt{2-x}} + \sqrt{2-x} \geq 2\sqrt{3}$, 当且仅当 $\frac{3}{\sqrt{2-x}} = \sqrt{2-x}$, 即 $x=-1$ 时, 等号

成立, 所以 $f(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$.

15. -17 (或 $-19, -18$, 只需填写一个答案即可) 因为 $a_1=190$, 所以 $S_{20}=20 \times 190 + 190d, S_{24}=24 \times 190 + \frac{24 \times 23}{2} \times d$. 因为 $S_{20} > 0, S_{24} < 0$, 所以 $-20 < d < -\frac{380}{23}$, 故 d 的整数解为 $-19, -18, -17$.

16. 0.49 记事件 A 为“利率下调”, 事件 B 为“利率不变”, 事件 C 为“利率上调”, 事件 D 为“股价上涨”, 则 $P(A)=0.6, P(B)=0.3, P(C)=0.1, P(D|A)=0.7, P(D|B)=0.2, P(D|C)=0.1$, 所以 $P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)=0.49$.

17. 解: (1) 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d . 由 $a_2+a_{10}=34$, 可得 $a_6=17$ 1 分
因为 $a_5=14$, 所以 $d=a_6-a_5=3$ 2 分
因为 $a_5=a_1+4d=14$, 所以 $a_1=2$, 故 $a_n=3n-1$ 5 分

(2) 因为 $a_n=3n-1$, 所以 $\frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right)$, 8 分

所以 $S_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) + \cdots + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3n-1} - \frac{1}{3n+2} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2} \right) = \frac{n}{6n+4}$.
..... 10 分

18. 解: (1) 由题可知 $\begin{cases} \frac{280+q}{400+p+q} = \frac{4}{7}, \\ \frac{p}{p+120} = \frac{3}{5}, \end{cases}$ 3 分

解得 $p=180, q=120$ 6 分

(2) 根据列联表及(1)中数据, 经计算得到 $\chi^2 = \frac{700 \times (280 \times 120 - 180 \times 120)^2}{460 \times 240 \times 400 \times 300} \approx 7.609 < 10.828$.
..... 9 分

所以没有 99.9% 的把握认为学生的性别与喜欢体育锻炼之间有关联. 12 分

19. 解: (1) 因为 $f(x)=x^3-x^2+ax$, 所以 $f'(x)=3x^2-2x+a$ 1 分

因为 $f(x)$ 的极小值点为 1, 所以 $f'(1)=1+a=0$, 所以 $a=-1$ 3 分

因为 $f'(x)=3x^2-2x-1=(x-1)(3x+1)$,

所以 $f(x)$ 在 $(-\frac{1}{3}, 1)$ 上单调递减, 在 $(-\infty, -\frac{1}{3}), (1, +\infty)$ 上单调递增, 4 分





- 所以 $f(x)$ 的极小值点为 1, 符合题意. 5 分
- (2) 设切点为 $(x_0, f(x_0))$, 则 $f(x_0) = x_0^3 - x_0^2 - x_0$, $f'(x_0) = 3x_0^2 - 2x_0 - 1$,
所以切线方程为 $y - (x_0^3 - x_0^2 - x_0) = (3x_0^2 - 2x_0 - 1)(x - x_0)$, 7 分
- 将点 $(-1, -1)$ 代入得 $-1 - (x_0^3 - x_0^2 - x_0) = (3x_0^2 - 2x_0 - 1)(-1 - x_0)$,
整理得 $x_0^3 + x_0^2 - x_0 - 1 = (x_0 - 1)(x_0 + 1)^2 = 0$, 所以 $x_0 = \pm 1$ 10 分
- 当 $x_0 = 1$ 时, 切线方程为 $y = -1$; 11 分
- 当 $x_0 = -1$ 时, 切线方程为 $y + 1 = 4(x + 1)$, 即 $4x - y + 3 = 0$ 12 分
20. 解: (1) 因为样本数据都落在直线 $y = -0.76x + 0.58$ 上, 且直线的斜率为负数, 所以相关系数为 -1. 3 分
- (2) $\bar{x} = \frac{80+78+81+84+86+90+91+93+88+89}{10} = 86$, 4 分
- $\bar{y} = \frac{26+33+24+20+18+10+9+7+12+11}{10} = 17$, 5 分
- $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = (-6) \times 9 + (-8) \times 16 + (-5) \times 7 + (-2) \times 3 + 0 \times 1 + 4 \times (-7) + 5 \times (-8) + 7 \times (-10) + 2 \times (-5) + 3 \times (-6) = -389$, 6 分
- $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = (-6)^2 + (-8)^2 + (-5)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 4^2 + 5^2 + 7^2 + 2^2 + 3^2 = 232$, ... 7 分
- $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 9^2 + 16^2 + 7^2 + 3^2 + 1^2 + (-7)^2 + (-8)^2 + (-10)^2 + (-5)^2 + (-6)^2 = 670$,
..... 8 分
- $r = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{-389}{\sqrt{232 \times 670}} \approx \frac{-389}{394.3} \approx -0.987$, 10 分
- 所以 $|r| > 0.85$, 11 分
- 所以乘客投诉次数与航班正点率之间具有很强的线性相关关系. 12 分
21. 解: (1) 设向前移动 1 步为事件 A, 所以 $P(A) = \frac{3}{4}$, $P(\bar{A}) = \frac{1}{4}$, 2 分
- 移动 4 步, 回到点 O 相当于 4 步中两步向前, 两步向后,
所以 $P(A) = C_4^2 \times (\frac{3}{4})^2 \times (\frac{1}{4})^2 = \frac{27}{128}$ 4 分
- (2) 由题知, X 的可能取值为 1, 3, 5,
 $P(X=1) = C_3^2 \times (\frac{3}{4})^2 \times (\frac{1}{4})^1 + C_3^1 \times (\frac{3}{4})^1 \times (\frac{1}{4})^2 = \frac{90}{256} = \frac{45}{128}$, 6 分
- $P(X=3) = C_5^3 \times (\frac{3}{4})^3 \times (\frac{1}{4})^2 + C_5^2 \times (\frac{3}{4})^2 \times (\frac{1}{4})^3 = \frac{105}{256}$, 7 分
- $P(X=5) = (\frac{3}{4})^5 + (\frac{1}{4})^5 = \frac{61}{256}$, 8 分
- 所以 X 的分布列为



X	1	3	5
P	$\frac{45}{128}$	$\frac{105}{256}$	$\frac{61}{256}$

..... 10 分

所以随机变量 X 的期望 $E(X) = 1 \times \frac{90}{256} + 3 \times \frac{105}{256} + 5 \times \frac{61}{256} = \frac{355}{128}$ 12 分

22. 解: (1) 因为函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f'(x) \geq 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立.

因为 $f'(x) = 2ax - \ln x - 1$, 所以 $2ax - \ln x - 1 \geq 0$, 即 $2a \geq \frac{\ln x + 1}{x}$ 1 分

令 $g(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$, 则 $g'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$,

所以 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $g(x)_{\max} = g(1) = 1$ 4 分

由 $2a \geq 1$, 得 $a \geq \frac{1}{2}$, 即 a 的取值范围是 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 5 分

(2) ① 由题意知关于 x 的方程 $ax^2 - x \ln x = x$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ,

即关于 x 的方程 $ax - \ln x = 1$ 有两个不相等的实数根, 即关于 x 的方程 $a = \frac{\ln x + 1}{x}$ 有两个不相等的实数根, 等价于直线 $y = a$ 与曲线 $y = g(x)$ 有两个不同的交点.

由 (1) 知, $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

且当 $x \in (0, \frac{1}{e})$ 时, $g(x) < 0$, 当 $x \in (\frac{1}{e}, +\infty)$ 时, $g(x) > 0$, 所以 $a \in (0, 1)$ 7 分

② 因为 $\begin{cases} ax_1 - \ln x_1 = 1, \\ ax_2 - \ln x_2 = 1, \end{cases}$ 所以 $a = \frac{\ln x_1 + \ln x_2 + 2}{x_1 + x_2} = \frac{\ln x_1 - \ln x_2}{x_1 - x_2}$, 所以 $\ln(x_1 x_2) + 2 =$

$\frac{(x_1 + x_2) \ln \frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2} = \frac{(\frac{x_1}{x_2} + 1) \ln \frac{x_1}{x_2}}{\frac{x_1}{x_2} - 1}$ 9 分

令 $\frac{x_1}{x_2} = t$, 因为 $x_2 \geq 3x_1$, 所以 $t \in (0, \frac{1}{3}]$, 所以 $\ln(x_1 x_2) + 2 = \frac{(t+1) \ln t}{t-1}$.

令 $h(t) = \frac{(t+1) \ln t}{t-1}$, $t \in (0, \frac{1}{3}]$, 则 $h'(t) = \frac{t - \frac{1}{t} - 2 \ln t}{(t-1)^2}$ 10 分

令 $\varphi(t) = t - \frac{1}{t} - 2 \ln t$, 则 $\varphi'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{t} = \frac{(t-1)^2}{t^2} > 0$, 所以 $\varphi(t)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增,

所以 $\varphi(t) < \varphi(1) = 0$, 所以当 $t \in (0, \frac{1}{3}]$ 时, $h'(t) < 0$, 所以 $h(t)$ 在 $(0, \frac{1}{3}]$ 上单调递减.

..... 11 分

因为 $h(t) \geq h(\frac{1}{3}) = 2 \ln 3$, 所以 $\ln(x_1 x_2) + 2 \geq 2 \ln 3$, 所以 $\ln(x_1 x_2) \geq 2 \ln 3 - 2 = \ln \frac{9}{e^2}$, 所以

$x_1 x_2 \geq \frac{9}{e^2}$ 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw