陕西师大附中 2022-2023 学年度高三年级第十次模考

数学（理科）　试题

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分．答案均写在答题纸上，满分150分，时间120分钟．
2. 答卷前将答题卡上的姓名、班级、考场填写清楚，并检查条形码是否完整、信息是否准确.
3. 答卷必须使用 $0.5mm$ 的黑色签字笔书写，字迹工整、笔迹清晰．并且必须在题号所指示的答题区内作答，超出答题区域的书写无效.

第 Ⅰ 卷（选择题　共 60 分）

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分， 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A=\{x$纬$Z|x\quad -1\},B=\{x|x^2<2\}$，则 $A\cap B=$（　）

$A.\{x|-1$ £ $x<2\}$　　$B.\{x|-1$ £ $x<\sqrt{2}\}$　　$C.\{-1,0,1\}$　　$D.\{0,1\}$

2. 已知复数 z 满足：$z(1-i)^2=3+4i$（其中 i 为虚数单位），则复数 z 在复平面上对应的点位于（　）

$A.$ 第一象限　　$B.$ 第二象限　　$C.$ 第三象限　　$D.$ 第四象限

3. “$m=-2$”是“直线 $(m+1)x+y+1=0$ 与直线 $2x+(m+4)y+2=0$ 互相垂直”的（ ）

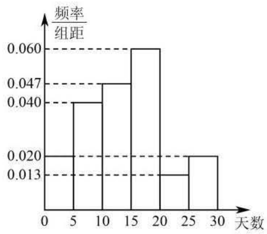
$A.$ 充分不必要条件　$B.$ 必要不充分条件　$C.$ 充要条件　$D.$ 既不充分也不必要条件

4. 十九世纪下半叶集合论的创立，奠定了现代数学的基础，著名的“康托三分集”是数学理性思维的构造产物，具有典型的分形特征，其操作过程如下：将闭区间[0，1]均分为三段，去掉中间的区间段 $(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$，记为第 1 次操作：再将剩下的两个区间 $\left[0,\frac{1}{3}\right]$，$\left[\frac{2}{3},1\right]$ 分别均分为三段，并各自去掉中间的区间段，记为第 2 次操作：L ；每次操作都在上一次操作的基础上，将剩下的各个区间分别均分为三段，同样各自去掉中间的区间段；操作过程不断地进行下去，剩下的区间集合即是“康托三分集”.若第 n 次操作去掉的区间长度记为 $\varphi(n)$，则（　） $A.\ \frac{\varphi(n+1)}{\varphi(n)}=\frac{3}{2}$

$B.\ \ln[\varphi(n)]+1\ge 0$

$C.\ \varphi(n)+\varphi(3n)>2\varphi(2n)$　　　　$D.\ n^2\varphi(n)\le 64\varphi(8)$

5. 某滑冰馆统计了某小区居民在该滑冰馆一个月的锻炼天数，得到如图所示的频率分布直方图（将频率视为概率），则下列说法正确的是（　）



A. 该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数在区间 $\left[25,30\right]$ 内的最少

B. 估计小区居民在该滑冰馆的锻炼天数的平均值为 15

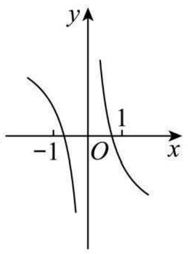
C. 估计该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数的中位数为 16

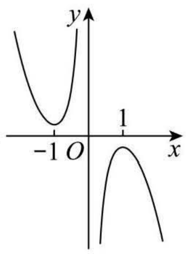
D. 估计该小区居民在该滑冰馆的锻炼天数超过 15 天的概率为 0.465

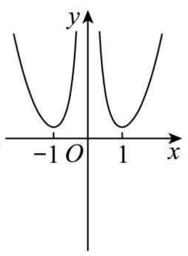
6. 已知数列 $\left\{ \dfrac{2}{a_n+1} \right\}$ 为等差数列，且 $a_1=1, a_4=-\dfrac{1}{2}$，则 $a_{2023}=$（　）

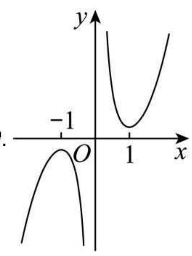
$A.\ \dfrac{2021}{2023}$　　$B.\ -\dfrac{2021}{2023}$　　$C.\ \dfrac{2019}{2021}$　　$D.\ -\dfrac{2019}{2021}$

7. 函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{\ln|x|}{x}$ 的图象可能为（　）

A.


B.


C.


D.


8. 抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 M, N 两, 点 P 为抛物线 C 上的动点, 且点 P 在 l 的左侧, 则 ΔPMN 的面积的最大值为（　）

$A.\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$　　$B.2\sqrt{3}$　　$C.\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　$D.\sqrt{3}$

9. 已知函数 $f\left(x\right)=\cos\left(\omega x+\dfrac{2\pi}{3}\right)\left(\omega>0\right)$ 在区间 $\left(a,b\right)$ 内单调且 $b-a=\dfrac{\pi}{2}$，在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 内存在最值点，则当 ω 取得最大值时，满足 $f\left(x_0\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 的一个 x_0 值可能为（　）

$A.0$　　$B.\ \dfrac{\pi}{12}$　　$C.\ \dfrac{\pi}{6}$　　$D.\ \dfrac{\pi}{3}$

10. 下列结论正确的是（　）

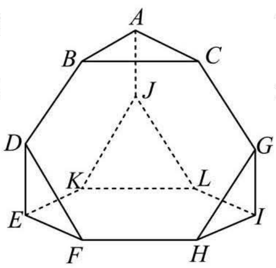
$A.\ e^3+e^5>e^3\cdot e^5$　　$B.\ \lg 3+\lg 5>\lg 3\cdot\lg 5$

$C.\ 2^{\pi}+6^{\pi}>3^{\pi}\cdot5^{\pi}$　　　　$D.\ \log_3 10+\log_5 10<\log_3 10\cdot\log_5 10$

11．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$，$F_1$，$F_2$为$C$的左、右焦点，$B\left(0,4b\right)$，直线$BF_2$与$C$的一支交于点$P$，且$\dfrac{|BP|}{|PF_2|}=\lambda\left(\lambda\geq1\right)$，则$C$的离心率最大值为（　）

$A.\ 2\sqrt{5}$　　$B.\ 2$　　$C.\ 2\sqrt{2}$　　$D.\ \sqrt{5}$

12．截角四面体是一种半正八面体，可由四面体经过适当的截角，即截去四面体的四个顶点所产生的多面体.如图所示，将棱长为$3a$的正四面体沿棱的三等分点作平行于底面的截面，得到所有棱长均为a的截角四面体，现给出下列四个命题：①二面角$A-BC-D$的余弦值为$-\dfrac{1}{3}$；②该截角四面体的体积为$\dfrac{23\sqrt{2}}{12}a^3$；③该截角四面体的外接球表面积为$\dfrac{11}{2}\pi a^2$ ④该截角四面体的表面积为$6\sqrt{3}a^2$，则其中正确命题的个数为（ ）



$A.$ 1个　　$B.$ 2个　　$C.$ 3个　　$D.$ 4个

第 Ⅱ 卷（非选择题 共 90 分）

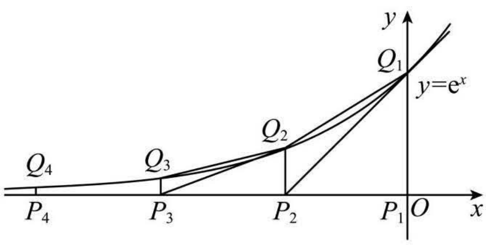
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卷中相应的横线上.）

13．$(ax+1)\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^6$的展开式中含$x^3$项的系数为30，则实数$a$的值为__________.

14．在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=AD=2$，$AA_1=4$，M，N在棱BB_1，DD_1上，且$B_1M=2$，$D_1N=1$，过A_1MN的平面交CC_1于G，则截面A_1MGN的面积为______.

15．在平面直角坐标系中，圆$M:x^2+\left(y+m\right)^2=n^2$和$N:x^2+\left(y-1\right)^2=1$外切形成一个8字形状，若$P\left(0,-2\right)$，$A\left(1,-1\right)$为圆$M$上两点，$B$为两圆圆周上任一点（不同于点$A$，$P$），则$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的最大值为______.

16．如图，从点$P_1(0,0)$作x轴的垂线交于曲线$y=e^x$于点$Q_1(0,1)$，曲线在点Q_1处的切线与x轴交于点P_2.再从P_2作x轴的垂线交曲线于点Q_2，依次重复上述过程得到一系列点:P_1，Q_1，P_2，Q_2，…，P_{n+1}，Q_{n+1}，记P_k点的坐标为$(x_k,0)$，$(k=1,2,\cdots,n+1)$依次连接点Q_1，Q_2，…，Q_{n+1}，得到折线



$Q_1Q_2\ldots Q_{n+1}$，则该折线与直线$x=0$，$y=0$，$x=x_{n+1}$，围成的面积为$S_n=$____________.

三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

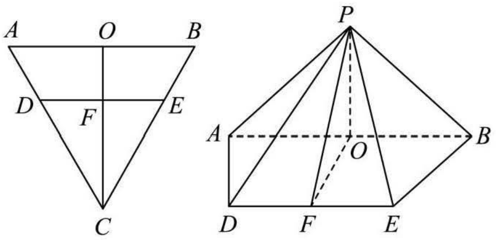
17.（本小题满分12分） 在ΔABC中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\sin A=\sin C\cos B-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sin B\sin C$．

(1)求角C的大小；

(2)若C的角平分线交AB于点D，且$CD=2$，求$a+2b$的最小值．

18．（本小题满分12分）

如图一，$\triangle ABC$是等边三角形，CO为AB边上的高线，D,E分别是CA,CB边上的点，$AD=BE=\dfrac{1}{3}AC=2$；如图二，将$\triangle CDE$沿DE翻折，使点C到点P的位置，$PO=3$．



图一　　　　图二

(1)求证：$OP\perp$平面$ABED$；

(2)求二面角$B-PE-F$的正弦值.

19．（本小题满分12分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{3}=1(a>0)$经过点$(-1,\dfrac{3}{2})$，过点$T\left(\sqrt{3},0\right)$的直线交该椭圆于$P$，$Q$两点.

（1）求$\triangle OPQ$面积的最大值，并求此时直线PQ的方程；

（2）若直线PQ与x轴不垂直，在x轴上是否存在点$S\left(s,0\right)$使得$\angle PST=\angle QST$恒成立？若存在，求出s的值；若不存在，说明理由.

20．（本小题满分12分）

为响应习近平总书记“全民健身”的号召，促进学生德智体美劳全面发展，某校举行校园足球比赛．根据比赛规则，淘汰赛阶段，参赛双方有时需要通过“点球大战”的方式决定胜负．“点球大战”的规则如下：

①两队各派5名队员，双方轮流踢点球，累计进球个数多者胜；

②如果在踢满5轮前，一队的进球数已多于另一队踢满5轮最多可能射中的球数，则不需要再踢（例如：第4轮结束时，双方“点球大战”的进球数比为$2:0$，则不需要再踢第5轮）；

③若前5轮“点球大战”中双方进球数持平，则从第6轮起，双方每轮各派1人踢点球，若均进球或均不进球，则继

续下一轮，直到出现一方进球另一方不进球的情况，进球方胜出.

假设每轮点球中进球与否互不影响，各轮结果也互不影响.

（1）假设踢点球的球员等可能地随机选择球门的左、中、右三个方向射门，门将也会等可能地选择球门的左、中、右三个方向来扑点球，而且门将即使方向判断正确，左右两边将球扑出的可能性为$\frac{1}{5}$，中间方向扑出的可能性为$\frac{3}{5}$．若球员射门均在门内，在一次“点球大战”中，求门将在前4次扑出点球的个数X的分布列和数学期望.

（2）现有甲、乙两队在淘汰赛中相遇，需要通过“点球大战”来决定胜负．设甲队每名队员射进点球的概率均为$\frac{3}{4}$，乙队每名队员射进点球的概率均为$\frac{2}{3}$，若甲队先踢，求甲队恰在第4轮取得胜利的概率.

21．**（本小题满分12分）**

已知函数$f(x)=x+\frac{1}{x}+a\ln x$，其中$a\in\mathbf{R}$.

(1)求函数$f(x)$的最小值$h(a)$，并求$h(a)$的所有零点之和;

(2)当$a=1$时，设$g(x)=f(x)-x$，数列$\{x_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$满足$x_1\in(0,1)$，且$x_{n+1}=g(x_n)$，证明:$x_{n+1}+x_{n+3}>2x_{n+2}$.

请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．并请考生务必将答题卡中对所选试题的题号进行涂写.

22．（本小题满分10分）选修4－4：坐标系与参数方程选讲.

在平面直角坐标系xoy中，直线l过点$P(0,2)$，倾斜角为$\alpha(\alpha\neq\frac{\pi}{2})$.以原点$O$为极点，$x$轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为：$\rho\cos^2\theta-2\sin\theta=0$.

(1)求直线l的参数方程与曲线C的直角坐标方程；

(2)若直线l与曲线C相交于A,B两点，M为AB中点，且满足$|PA|,|PM|,|PB|$成等比数列，求直线l的斜率.

23．（本小题满分10分）选修4－5：不等式选讲.

已知函数$f(x)=\sqrt{x^2-2x+1}-|x+2|$.

（1）若不等式$f(x)\geq|m-1|$有解，求实数m的最大值M；

（2）在（1）的条件下，若正实数a,b满足$3a^2+b^2=M$，证明：$3a+b\leq 4$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。