

## 2019 年北京大学暑期综合营数学试题

共 5 个题

1. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(f(x)) = x - 1$ ，问：是否存在整数  $n$ ，使得  $f(n)$  是整数。若存在，试求出所有的  $n$ ；若不存在，请说明理由。

2. 已知函数  $f: \{1, 2, 3, \dots, 2019\} \rightarrow \{-1, 1\}$ ，若  $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, 2019\}$ ，证明：

$$\sum_{1 \leq i < j \leq 2019} f(i)f(j) = 0 \text{ 不成立。}$$

3. 实数  $x, y, z$  满足  $x + y + z = x^2 + y^2 + z^2 = 2$ ，求  $xyz$  的最大值和最小值

4. 已知等腰  $Rt\triangle ABC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，点  $D$  在边  $AB$  上，点  $E$  在边  $AC$  上， $AD = AE$ ，过点  $A, D$  分别作  $BE$  的垂线交  $BC$  于  $P, Q$ ，用平面几何方法证明： $PQ = PC$ 。

5. 有 10 条长为 1 的线段，每一条都可被分成若干条小线段，试证明：总可以从中选取 6 条，使它们可以组成 2 个三角形。

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。



微信扫一扫，快速关注