

数 学 试 题

2022.03

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $\frac{z+i}{z} = i$ (i 为虚数单位),则 $\bar{z} =$
A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ C. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
2. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 \geq 0\}$, $B = \{x \mid y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $A \cup B =$
A. $[2, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
3. 下列选项中, p 是 q 的必要不充分条件的是
A. $p: a > 1, q: f(x) = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数
B. $p: a > 1, b > 1, q: f(x) = a^x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象不过第二象限
C. $p: x \geq 2$ 且 $y \geq 2, q: x^2 + y^2 \geq 4$
D. $p: a + c > b + d, q: a > b$ 且 $c > d$
4. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线被圆 $x^2 + y^2 - 4y + 2 = 0$ 所截得的弦长为2, 则双曲线 C 的离心率为
A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

高三数学试题 第1页 (共4页)

5. 已知某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ ($e = 2.718\cdots$ 为自然对数的底数, k, b 为常数). 若该食品在 0°C 的保鲜时间是 192 小时, 在 22°C 的保鲜时间是 48 小时, 则该食品在 33°C 的保鲜时间是

- A. 16 小时 B. 20 小时 C. 24 小时 D. 28 小时

6. 已知 $\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{1}{4}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{6} - 2\alpha) =$

- A. $\frac{7}{8}$ B. $-\frac{7}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

7. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 点 M 在抛物线 C 上, 射线 FM 与 y 轴交于点 $A(0, 2)$, 与抛物线 C 的准线交于点 N , $\overline{FM} = \frac{\sqrt{5}}{5} \overline{MN}$, 则 p 的值等于

- A. $\frac{1}{8}$ B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. 4

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 a , 公差为 1 的等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1+a_n}{a_n}$. 若对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $b_n \geq b$ 成立, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[-6, -5]$ B. $(-6, -5)$ C. $[-5, -4]$ D. $(-5, -4)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 某工厂研究某种产品的产量 x (单位: 吨) 与某种原材料的用量 y (单位: 吨) 之间的相关关系, 在生产过程中收集了 4 组数据如表所示

x	3	4	6	7
y	2.5	3	4	5.9

根据表中的数据可得回归直线方程 $\hat{y} = 0.7x + a$, 则下列选项正确的是

- A. 变量 x 与 y 正相关 B. y 与 x 的样本相关系数 $r < 0$
C. $a = 0.35$ D. 产量为 8 吨时预测原材料的用量约为 5.95 吨

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 将 $y = f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个

单位长度, 然后横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若

$g(x)$ 为偶函数, 且最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 则下列说法正确的是

- A. $y = f(x)$ 的图象关于 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称
B. $f(x)$ 在 $(0, \frac{5\pi}{12})$ 上单调递减
C. $g(x) \geq \frac{1}{2}$ 的解集为 $[\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}]$, $k \in \mathbb{Z}$
D. 方程 $f(x) = g(\frac{x}{2})$ 在 $(0, \frac{5\pi}{4})$ 上有且只有两个相异实根

高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)

11. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC=BC=1, AA_1=2, D$ 是棱 AA_1 的中点, $DC_1 \perp BD$, 点 K 在 BB_1 上, 且 $BB_1=4BK$, 则下列结论正确的是
- A. 直线 DC_1 与 BC 所成角为 90°
- B. 棱锥 $D-BCC_1$ 的体积为 $\frac{1}{3}$
- C. $CE \perp$ 平面 BC_1D
- D. 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 外接球的表面积为 6π



12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 1 \\ \ln x + x - 1, & x \geq 1 \end{cases}$, $g(x) = kx - k, k \in R$, 则下列结论正确的是

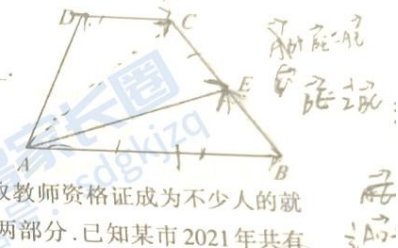
- A. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递增
- B. 当 $k = \frac{5}{4}$ 时, 方程 $f(x) = g(x)$ 存在且只有 3 个不同实根
- C. $f(x)$ 的值域为 $[-1, +\infty)$
- D. 若对于任意的 $x \in R$, 都有 $(x-1)(f(x)-g(x)) \leq 0$ 成立, 则 $k \in [2, +\infty)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(1+x)(2x+1)^5$ 的展开式中, 含 x^2 的项的系数是 6

14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} = 3\overline{DC}$, E 为 BC 的中点,

若 $\overline{AE} = \lambda \overline{AB} + \mu \overline{AD}$, 则 $\lambda + \mu =$ $\frac{7}{6}$



15. 随着时代发展和社会进步, 教师职业越来越受青睐, 考取教师资格证成为不少人的职业规划之一. 当前, 中小学教师资格考试分笔试和面试两部分. 已知某市 2021 年共有 10000 名考生参加了中小学教师资格考试的笔试, 现从中随机抽取 100 人的笔试成绩 (满分 100 分) 作为样本, 整理得到如下频数分布表:

笔试成绩 X	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
人数	5	10	25	30	20	10

由频数分布表可认为该市全体考生的笔试成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中, μ 近似为 100 名样本考生笔试成绩的平均值 (同一组的数据用该组区间的中点值代替), 则 $\mu =$ 73. 若 $\sigma = 12.9$, 据此估计该市全体考生中笔试成绩高于 85.9 的人数 (结果四舍五入精确到个位) 为 1587.

参考数据: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$,

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545, P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$.

6. 已知 F_1, F_2 是椭圆和双曲线的公共焦点, P 是它们的一个公共点, 且 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$, 设椭圆, 双曲线的离心率分别为 e_1, e_2 , 则 $e_1^2 + e_2^2$ 的最小值为 $1+\sqrt{3}$

四、解答题: 本题共6小题, 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{\sqrt{3}c}{a \cos B} = \tan B + \tan A$

(1) 求 A ;

(2) 若 D 为 BC 上一点, 且 $BC = 3BD = \sqrt{3}AB, AD = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积。

18. (12分)

已知各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}, a_1 = 5, 2a_1, a_2, a_3 + 2$ 成等比数列。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n(3^n - 1) = 1T_n$, T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, $n \in \mathbb{N}^+$, 求证: $1 < \log_3 a_n < 2$ 。

19. (12分)

如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, 已知 $AC \perp$ 平面 $BCD, ED \parallel AC, \angle ACB = 60^\circ$
 $BC = 2FD = 2, DC = DB = \sqrt{3}$ 。

(1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 ABC ;

(2) 求二面角 $A - BE - C$ 的余弦值。

20. (12分)

某工厂对一批零件进行质量检测, 具体检测方案为:

从这批零件中任取10件逐一进行检测, 当检测到有2件不合格零件时, 停止检测, 此批零件检测未通过, 否则检测通过。假设每件零件为不合格零件的概率为0.1, 且每件零件是否为不合格零件之间相互独立。

(1) 若此批零件检测未通过, 求恰好检测5次的概率;

(2) 已知每件零件的生产成本为80元, 合格零件的售价为150元/件, 现对不合格零件进行修复, 修复后合格的零件正常销售, 修复后不合格的零件以10元/件按废品处理, 若每件零件的修复费用为20元, 每件不合格零件修复后为合格零件的概率为0.8, 记 X 为生产一件零件获得的利润, 求 X 的分布列和数学期望。

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 上、下顶点分别为 A, B , 四边形 AF_1BF_2 的面积和周长分别为2和 $4\sqrt{2}$ 。

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若直线 $l: y = k(x+1) (k \neq 0)$ 与椭圆 C 交于 E, F 两点, 线段 EF 的中垂线交 y 轴于 M 点, 且 $\triangle EMF$ 为直角三角形, 求直线 l 的方程。

22. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln(x+1) + \frac{x^2}{2} - x$, 其中 a 为非零实数。

(1) 当 $a = -1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(3) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 求证: $f(-x_1) + f(x_2) > x_1$ 。

x	$(-1, 0)$	0	$(0, +\infty)$
$f'(x)$			
$f(x)$			

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：sdgkjzq。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索