绝密★启用前

河北衡水中学2021届全国高三第二次联合考试(Ⅰ)

文科数学

本试卷4页。总分150分。考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A=\{x|x^2-2x\leqslant 0\}$，集合 B 满足 $A\cup B=A$，则 B 可以为

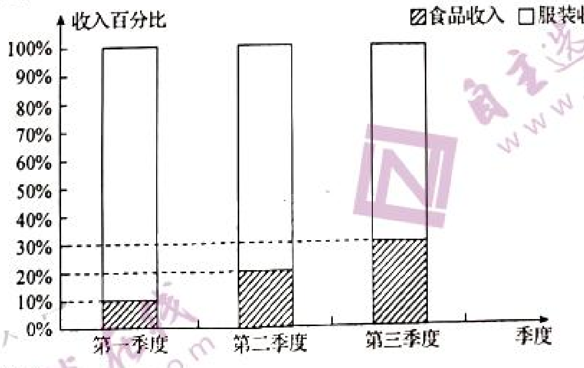
A. $\{x|x\leqslant 2\}$　　B. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 设复数 $z=|\sqrt{3}+\mathrm{i}|-\mathrm{i}^{2021}$，则在复平面内 z 对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. “直播电商”已经成为当前经济发展的新增长点.某电商平台的直播间主要经营食品和服装两大类商品.2020年前三个季度，该直播间每个季度的收入都比上一季度翻了一番，整理前三季度的收入情况如图所示.



则下列说法错误的是

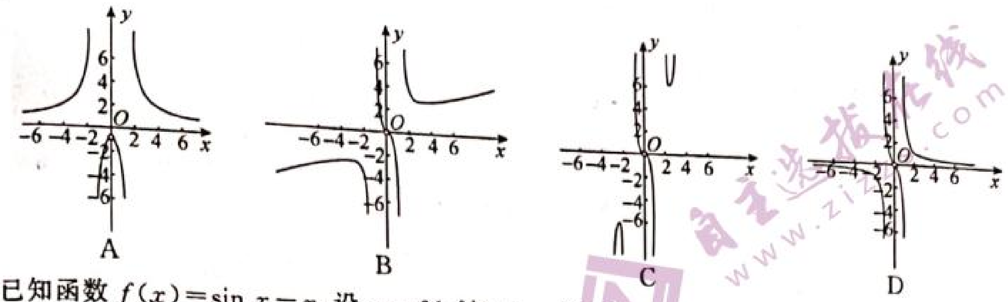
A. 该直播间第三季度的总收入是第一季度的4倍

B. 该直播间第三季度的服装收入比第一季度和第二季度的服装总收入还要多

C. 该直播间第二季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{3}$

D. 该直播间第一季度的食品收入是第三季度食品收入的 $\frac{1}{6}$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln|x|}$ 的图象大致为



5. 已知函数 $f(x)=\sin x-x$，设 $a=f(\pi^{0.1})$，$b=f(0.1^{\pi})$，$c=f(\log_{0.1}\pi)$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $c>b>a$　　D. $b>a>c$

6. 在钝角三角形 ABC 中，$\overrightarrow{AB}=(1,\sqrt{3})$，$|\overrightarrow{AC}|=1$，$S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，点 D 为 BC 的中点，则 $|\overrightarrow{AD}|=$

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

7. 已知函数 $f(x)=me^{x-2}+n$ 的图象恒过点 $(2,1)$，若对于任意的正数 m,n，不等式 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{4}{n}\geqslant A$ 恒成立，则实数 A 的最大值为

A. 9　　B. $3+2\sqrt{2}$　　C. 7　　D. $4\sqrt{2}$

8. 设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，倾斜角为 $\theta\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的直线 l 经过抛物线的焦点 F，且与抛物线相交于 M,N 两点.若 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}=-2\overrightarrow{FN}^2$，则 $\sin 2\theta=$

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

9. 若各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=4a_n$，$a_1a_5=256$，则使得不等式 $4^n<133(1+\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n})$ 成立的最大正整数 n 的值为

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

10. 在平面内，A,C 是两个定点，B 是动点，若 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$|\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{CD}|$，则 $\triangle ABC$ 的内角 A 的最大值为

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-2x^2+4x, & 0\leqslant x\leqslant 2,\\ \dfrac{1}{2}f(x+2), & x<0,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(x)-kx+k$ 在区间 $[-2,1]$ 上有 3 个不同的零点，则实数 k 的取值范围是

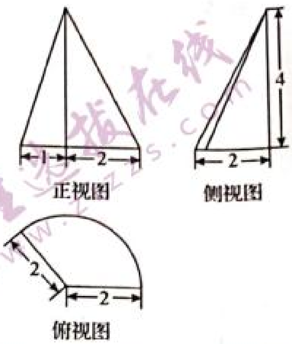
A. $(-4-2\sqrt{3},0)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(-4+2\sqrt{3},0)$　　D. $\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$

12. 在 $\triangle ABC$ 中，$AC=2\sqrt{3}$，顶点 B 在以 AC 为直径的圆上.点 P 在平面 ABC 上的射影为 AC 的中点，$PA=2$，则其外接球的表面积为

A. 12π　　B. $\dfrac{16}{3}\pi$　　C. $\dfrac{9}{4}\pi$　　D. 16π

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为________.



14. 从古至今，文学与数学都有着密切的联系.一首诗从末尾一字读至开头一字另成一首新诗，称之为"通体回文诗".数学中也有类似的情况：对一个整数 $n(n>10)$ 从左向右和从右向左读其结果都是质数，可以称它为"通体质数".若在闭区间$[10,30]$中，任取一个整数，则此整数是"通体质数"的概率为________.

15. 对于双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$来说，我们定义圆 $x^2+y^2=a^2$ 为它的"伴随圆".过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{4y^2}{9}=1(a>0)$的左焦点 F_1 作它的伴随圆的一条切线，设切点为 T，且这条切线与双曲线的右支相交于点 P.若 M 为 PF_1 的中点，M 在 T 右侧，且 $|MO|-|MT|$ 为定值 $\frac{1}{2}$，则该双曲线的离心率为________.

16. 已知函数 $f(x)=\sin 2x+\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+a$ 同时满足下述性质：①若对于任意的 $x_1,x_2,x_3\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，$f(x_1)+f(x_2)\geqslant f(x_3)$恒成立；②$f\left(\frac{\pi}{6}\right)\leqslant\sqrt{3}-a^2$，则 a 的值为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

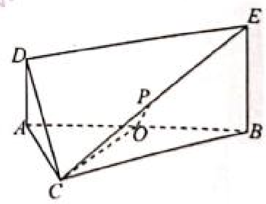
已知数列$\{a_n\}$是递增的等差数列，$a_1=\frac{1}{2}$，且满足 a_4 是 a_2 与 a_8 的等比中项.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前 n 项和.

18.（12 分）

如图，$DA\perp$平面 ABC，$DA=AC=1$，O 是 AB 的中点，$\triangle ACO$ 为等边三角形.



(1)证明：平面 $ACD\perp$平面 BCE；

(2)若 $AD\parallel BE$，P 为 CE 的中点，Q 为线段 OP 上的动点，判断三棱锥 Q-ACD 的体积是否为定值？若是，求出该定值；若不是，说明理由.

19.（12 分）

电子烟是一种模仿卷烟的电子产品，有害公共健康.为研究吸食电子烟是否会引发肺部疾病，某医疗机构随机抽取了 100 人进行调查，吸电子烟与不吸电子烟的比例为 1∶3，整理数据得到下表：

	感染肺部疾病	未感染肺部疾病	总计
吸电子烟	15		
不吸电子烟		50	
总计			

(1)完成 2×2 列联表，在犯错误的概率不超过 5%的前提下，能否认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关？

(2)为进一步调查分析电子烟中诱发肺部疾病的成分因素，在感染肺部疾病的被调查人中，按照吸电子烟和不吸电子烟这两大类别，采用分层抽样的方法抽取 8 人，从这 8 个人中任取 2 人进行血液、痰液等相关医学检查，求这两个人来自同一类别的概率.

参考公式及数据：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

20. (12 分)

已知函数 $f(x)=\sin x-ae^{x-1}(a\in\mathbf{R})$.

(1)定义 $f(x)$的导函数为 $f^{(1)}(x)$，$f^{(1)}(x)$的导函数为 $f^{(2)}(x)$……以此类推，若 $f^{(2\,020)}(1)=\sin 1$，求函数 $f\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的单调区间；

(2)若 $a\geqslant1$，$x\geqslant0$，证明：$f(x)<0$.

21. (12 分)

已知圆 $M:(x-\sqrt{6})^2+y^2=32$，点 Q 是圆 M 上的一个动点，点 $N(-\sqrt{6},0)$.若线段 QN 的垂直平分线交线段 QM 于点 T.

(1)求动点 T 的轨迹曲线 C 的方程；

(2)设 O 是坐标原点，点 $P(2,1)$，点 R(异于原点)是曲线 C 内部且位于 y 轴上的一个动点，点 S 与点 R 关于原点对称，直线 PR，PS 分别与曲线 C 交于 A，B(异于点 P)两点.判断直线 AB 是否过定点？若过，求出定点坐标；若不过，说明理由.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=mt^2,\\ y=mt\end{cases}$($m\neq0$，$t$ 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求直线 l 的直角坐标方程；

(2)若直线 l 经过曲线 C 的焦点 T，且与曲线 C 交于 M，N 两点，求 $|TM|\cdot|TN|$.

23. [选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|x-1|$.

(1)求不等式 $f(x)-f(2x+4)\leqslant1$ 的解集；

(2)当 $x<-1$ 时，$f(ax)+f(-x)+x>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

参考答案及解析

河北衡水中学 2021 届全国高三第二次联合考试(Ⅰ)·文科数学

一、选择题

1. C 【解析】由题意得集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，由选项可知，集合$\{1,2\}$满足题意.

2. D 【解析】由题意可知，$i^{2\,021}=i$，$z=|\sqrt{3}+i|-i^{2\,021}=2-i$，对应复平面内的点$(2,-1)$位于第四象限.

3. D 【解析】设第一季度的总收入为 a，则由题意可知，第二季度的总收入为 $2a$，第三季度的总收入为 $4a$，故 A 正确；由图可知，该直播间第三季度的服装收入为 $4a\times0.7=2.8a$，第一季度和第二季度的服装总收入为 $a\times0.9+2a\times0.8=2.5a<2.8a$，故 B 正确；该直播间第二季度的食品收入为 $2a\times0.2=0.4a$，第三季度的食品收入为 $4a\times0.3=1.2a$，$\frac{0.4a}{1.2a}=\frac{1}{3}$，故 C 正确；而第一季度的食品收入是 $0.1a$，不满足是第三季度食品收入的 $\frac{1}{6}$，故 D 错误.

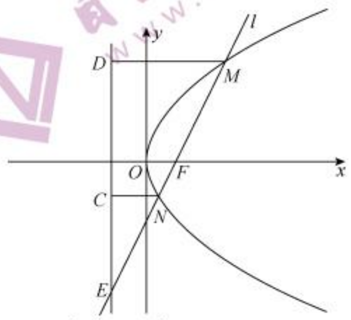
4. B 【解析】由函数奇偶性的定义可知，函数 $f(x)$为奇函数，所以排除选项 A；当 $x=4$ 时，$f(4)\in(2,4)$，所以排除选项 C，D.

5. C 【解析】由题意得 $f'(x)=\cos x-1\leqslant 0$，所以 $f(x)$在定义域上单调递减. 因为 $\pi^{0.1}>\pi^0=1$，$0<0.1^{\pi}<0.1^0=1$，$\log_{0.1}\pi<0$，所以 $c>b>a$.

6. C 【解析】由题意得$|\overrightarrow{AB}|=2$，由 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，可得 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，当 $A=\frac{\pi}{3}$ 时，易知 $\triangle ABC$ 为直角三角形，不合题意，舍去；当 $A=\frac{2\pi}{3}$时，$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，两边平方得$|\overrightarrow{AD}|^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})=\frac{1}{4}\times\left(4+1+2\times2\times1\times\cos\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{4}$，所以$|\overrightarrow{AD}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. A 【解析】由函数的图象过定点$(2,1)$，可得 $m+n=1$，且 $m>0$，$n>0$，所以$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=(m+n)\times\left(\frac{1}{m}+\frac{4}{n}\right)=5+\frac{n}{m}+\frac{4m}{n}\geqslant 5+2\sqrt{4}=9$，当且仅当 $m=\frac{1}{3}$，$n=\frac{2}{3}$时，等号成立.

8. D 【解析】如图所示，过点 M，N 分别作准线的垂线，垂足分别为 D，C，直线 l 与准线交于点 E，

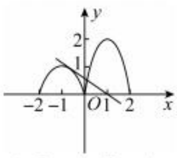


由题意可得$|\overrightarrow{FM}|=2|\overrightarrow{FN}|$，设$|FN|=x$，则$|FM|=2x$，由抛物线的定义可知，$|CN|=x$，$|MD|=2x$，$\frac{|CN|}{|MD|}=\frac{|EN|}{|EM|}=\frac{1}{2}$，所以$|EN|=3x$. 在$\triangle ENC$ 中，$\cos\angle ENC=\frac{|CN|}{|EN|}=\frac{1}{3}=\cos\theta$，所以 $\sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则 $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

9. C 【解析】由题意可知，数列$\{a_n\}$是公比为 4 的等比数列，且 $a_3=16$，所以 $a_n=4^{n-1}$，$\sqrt{a_n}=2^{n-1}$，所以$\{\sqrt{a_n}\}$也是等比数列. 所以原不等式可以化简为$4^n<133\times2^n$，即 $2^n<133$，所以 n 的最大值为 7.

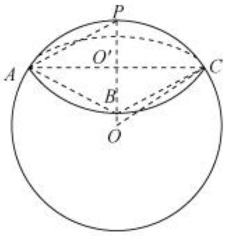
10. A 【解析】由$|\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}|=|\overrightarrow{CD}|=|\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}|$，得 $BD\perp BC$，故点 B 在以 CD 为直径的圆上. 设 $CD=2r$，CD 的中点为 E，则$|AE|=|CD|=2r$，所以当 AB 与圆 E 相切时，角 A 的最大值为$\frac{\pi}{6}$.

11. C 【解析】当 $x\in[-2,0)$时，$x+2\in[0,2)$，所以 $f(x)=\frac{1}{2}f(x+2)=-x^2-2x$. 画出函数 $f(x)$的图象，如图所示，



若满足 $g(x)$在区间$[-2,1]$上有三个零点，则函数 $f(x)$的图象与过定点$(1,0)$的直线在区间$[-2,1]$上有且只有三个不同的交点，联立$\begin{cases}y=-x^2-2x,\\y=k(x-1),\end{cases}$整理得 $x^2+(k+2)x-k=0$，令 $\Delta=0$，解得 $k=-4+2\sqrt{3}$ 或 $k=-4-2\sqrt{3}$（舍去），所以实数 k 的取值范围是$(-4+2\sqrt{3},0)$.

12. D 【解析】如图所示，



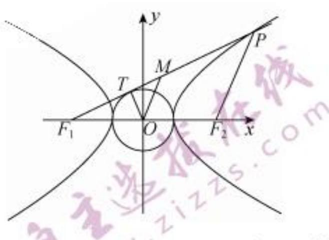
设 AC 的中点为 O'，外接球的球心为 O. 在 $Rt\triangle PO'A$ 中，$O'P=\sqrt{PA^2-O'A^2}=1$. 设外接球的半径为 R. 在 $Rt\triangle O'OC$ 中，$(R-1)^2+(\sqrt{3})^2=R^2$，解得 $R=2$. 所以，外接球的表面积为 $4\pi R^2=16\pi$.

二、填空题

13. $\frac{16\pi}{9}$ 【解析】由几何体的正视图可知，该几何体底面的扇形圆心角应为 $120°$，所以，该几何体的体积应该为所在圆锥体积的 $\frac{1}{3}$，所以 $V=\frac{1}{3}\times\frac{4\pi}{3}\times4=\frac{16\pi}{9}$.

14. $\frac{1}{7}$ 【解析】由题意，一一列举出区间 $[10,30]$ 内的通体质数，有 11，13，17，根据古典概率模型，可以计算出概率为 $\frac{1}{7}$.

15. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 【解析】如图，设 F_2 为双曲线的右焦点，在 $Rt\triangle OF_1T$ 中，$|OF_1|=c$，$|OT|=a$，所以 $|TF_1|=b$，$|MO|-|MT|=\frac{1}{2}|PF_2|-(|MF_1|-|TF_1|)=\frac{1}{2}|PF_2|-\left(\frac{1}{2}|PF_1|-|TF_1|\right)=\frac{1}{2}(|PF_2|-|PF_1|)+|TF_1|=b-a=\frac{3}{2}-a=\frac{1}{2}$，解得 $a=1$，所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{13}}{2}$.



16. 0 【解析】化简 $f(x)=\sin 2x+\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+a$ 可得，$f(x)=\sqrt{3}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+a$，当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，此时 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{3}+a$，最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}+a$，对于任意的 $x_1,x_2,x_3\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，若满足 $f(x_1)+f(x_2)\geqslant f(x_3)$ 恒成立，则只需 $\sqrt{3}+2a\geqslant\sqrt{3}+a$，即 $a\geqslant0$；又因为 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}+a\leqslant-a^2+\sqrt{3}$，解得 $a=0$.

三、解答题

17. **解**：(1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，由题意可得
$\begin{cases}a_1=\frac{1}{2},\\a_4^2=a_2a_8,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a_1=\frac{1}{2},\\(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d).\end{cases}$

由于 $d>0$，解得 $\begin{cases}a_1=\frac{1}{2},\\d=\frac{1}{2}.\end{cases}$

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=\frac{n}{2}$.　　(5 分)

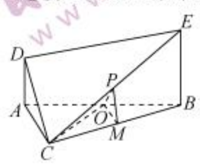
(2) 记数列 $\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，

由(1)知 $\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{4}{n(n+1)}=4\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$，

则 $S_n=4\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{4n}{n+1}$.　　(12 分)

18. (1) **证明**：由题意可知，$AD\perp$ 平面 ABC.
因为 $BC\subset$ 平面 ABC，所以 $AD\perp BC$.
又因为 $OA=OB=OC$，所以 $AC\perp BC$.
因为 $AD\cap AC=A$，AD，$AC\subset$ 平面 ACD，
所以 $BC\perp$ 平面 ACD.
因为 $BC\subset$ 平面 BCE，所以平面 $ACD\perp$ 平面 BCE.　　(5 分)

(2) **解**：三棱锥 Q-ACD 的体积是定值.　　(6 分)
取 BC 的中点 M，连接 PM，OM，如图.



因为 $CP=EP$，$CM=BM$，所以 $PM\parallel EB$.
因为 $EB\parallel AD$，所以 $PM\parallel AD$.
因为 $PM\not\subset$ 平面 ACD，$AD\subset$ 平面 ACD，
所以 $PM\parallel$ 平面 ACD.
同理可证明 $OM\parallel$ 平面 ACD.
因为 $PM\cap OM=M$，
所以平面 $OPM\parallel$ 平面 ACD，又 $PO\subset$ 平面 POM，
所以 $PO\parallel$ 平面 ACD.

所以 $V_{三棱锥Q\text{-}ACD}=V_{三棱锥O\text{-}ACD}=V_{三棱锥D\text{-}AOC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times1=\frac{\sqrt{3}}{12}$.　　(12 分)

19. **解**：(1)由题意可知 2×2 列联表如下：

	感染肺部疾病	未感染肺部疾病	总计
吸电子烟	15	10	25
不吸电子烟	25	50	75
总计	40	60	100

则 K^2 的观测值 $k=\frac{100\times(15\times50-25\times10)^2}{40\times60\times25\times75}\approx5.56>3.841$，

所以在犯错误的概率不超过 5% 的前提下，能认为吸食电子烟与感染肺部疾病有关. (5 分)

(2)由题意可知，在抽取的 8 人中，吸电子烟的有 $8\times\frac{15}{40}=3$(人)，不吸电子烟的有 $8\times\frac{25}{40}=5$(人).

设吸电子烟的 3 人为 1，2，3，不吸电子烟的 5 人为 A，B，C，D，E，

从 8 人中任选 2 人，则所有的可能结果为(1，2)，(1，3)，(1，A)，(1，B)，(1，C)，(1，D)，(1，E)，(2，3)，(2，A)，(2，B)，(2，C)，(2，D)，(2，E)，(3，A)，(3，B)，(3，C)，(3，D)，(3，E)，(A，B)，(A，C)，(A，D)，(A，E)，(B，C)，(B，D)，(B，E)，(C，D)，(C，E)，(D，E)，共 28 种；

设事件 A：这两个人来自同一类别，则有(1，2)，(1，3)，(2，3)，(A，B)，(A，C)，(A，D)，(A，E)，(B，C)，(B，D)，(B，E)，(C，D)，(C，E)，(D，E)，共 13 种结果，

所以 $P(A)=\frac{13}{28}$. (12 分)

20. (1)**解**：由题意知 $f^{(1)}(x)=\cos x-ae^{x-1}$，$f^{(2)}(x)=-\sin x-ae^{x-1}$，$f^{(3)}(x)=-\cos x-ae^{x-1}$，$f^{(4)}(x)=\sin x-ae^{x-1}$，$f^{(5)}(x)=\cos x-ae^{x-1}$，

所以函数 $f^{n}(x)$的周期是 4，

所以 $f^{(2\,020)}(x)=f^{(4)}(x)=\sin x-ae^{x-1}$.

因为 $f^{(2\,020)}(1)=f^{(4)}(1)=\sin1-a=\sin1$，

所以 $a=0$，$f(x)=\sin x$，

所以 $f\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$. (3 分)

当 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $-\frac{5\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{12}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$f(x)$单调递增；

当 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{7\pi}{12}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$f(x)$单调递减.

综上，函数 $f\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{\pi}{12}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$，单调递减区间为 $\left[\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{7\pi}{12}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$. (6 分)

(2)**证明**：当 $a\geqslant1$ 时，$f(x)\leqslant\sin x-e^{x-1}$.

令 $g(x)=x-\sin x$，

则 $g'(x)=1-\cos x\geqslant0$，所以 $g(x)$在区间$[0,+\infty)$上单调递增，$g(x)\geqslant g(0)=0$，

所以 $\sin x\leqslant x$，

所以 $f(x)\leqslant x-e^{x-1}$，当且仅当 $x=0$ 时取等号. (9 分)

令 $h(x)=x-e^{x-1}$，

则 $h'(x)=1-e^{x-1}$，

所以 $h(x)$在区间(0，1)上单调递增，在区间$(1,+\infty)$上单调递减，

所以 $h(x)\leqslant h(1)=0$，当且仅当 $x=1$ 时取等号.

故 $f(x)<0$. (12 分)

21. **解**：(1)由题意可知，$|TM|+|TN|=|TM|+|TQ|=r=4\sqrt{2}>|MN|=2\sqrt{6}$，

所以动点 T 的轨迹为以 M，N 两点为焦点的椭圆.

设椭圆的长轴长为 $2a$，短轴长为 $2b$，焦距为 $2c$，则 $4\sqrt{2}=2a$，$a=2\sqrt{2}$，$c=\sqrt{6}$，由 $a^2=b^2+c^2$，得 $b=\sqrt{2}$，

所以曲线 C 的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$. (5 分)

(2)设直线 AB 的方程为 $y=kx+t$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由$\begin{cases}\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1,\\ y=kx+t,\end{cases}$消去 y，整理得$(1+4k^2)x^2+8ktx+4t^2-8=0$，

则 $\Delta=(8kt)^2-4(1+4k^2)(4t^2-8)=16(8k^2-t^2+2)>0$，

$x_1+x_2=-\frac{8kt}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{4t^2-8}{4k^2+1}$.

又直线 PA 的方程为 $y-1=\frac{y_1-1}{x_1-2}(x-2)$，

即 $y-1=\frac{kx_1+t-1}{x_1-2}(x-2)$，

令 $x=0$，得 $y=\frac{(1-2k)x_1-2t}{x_1-2}$.

因此点 R 的坐标为 $\left(0,\frac{(1-2k)x_1-2t}{x_1-2}\right)$，同理可得，$S\left(0,\frac{(1-2k)x_2-2t}{x_2-2}\right)$.

由$\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{RO}$，得$\frac{(1-2k)x_1-2t}{x_1-2}+\frac{(1-2k)x_2-2t}{x_2-2}=0$，

化简得$(2-4k)x_1x_2-(2-4k+2t)(x_1+x_2)+8t=0$，

即$(2-4k)\times\frac{4t^2-8}{4k^2+1}-(2-4k+2t)\left(-\frac{8kt}{4k^2+1}\right)+8t=0$，

整理得 $2kt+4k+t^2+t-2=0$，

即$(t+2)(2k+t-1)=0$.

因为 $P(2,1)$不在直线 $y=kx+t$ 上，故 $2k+t-1\neq0$

所以 $t+2=0$，$t=-2$，此时，由 $\Delta>0$，得 $k^2>\frac{1}{4}$.

因此直线 AB 过定点 $(0,-2)$. （12 分）

22. **解**：(1) 由 $\rho\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，化简可得，

$\frac{\sqrt{2}}{2}(\rho\cos x-\rho\sin x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $x-y=1$，

所以直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-1=0$. （5 分）

(2) 由曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=mt^2,\\ y=mt\end{cases}$ ($m\neq0$，t 为参数)，可得曲线 C 的普通方程为 $y^2=mx$，

显然曲线 C 是焦点在 x 轴上的抛物线，直线 l 与 x 轴的交点坐标为 $(1,0)$，

所以此点为抛物线 C 的焦点.

所以抛物线 C 的标准方程为 $y^2=4x$.

设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t,\end{cases}$

与抛物线 C 的方程联立，可得 $t^2-4\sqrt{2}t-8=0$，设点 A，B 对应的参数分别为 t_1，t_2，

所以 $t_1t_2=-8$，

所以 $|TM|\cdot|TN|=8$. （10 分）

23. **解**：(1) 因为 $f(x)=|x-1|$，所以 $f(2x+4)=|2x+3|$，

所以不等式可以化简为 $|x-1|-|2x+3|\leqslant1$.

当 $x\leqslant-\frac{3}{2}$ 时，不等式等价为 $1-x-(-2x-3)\leqslant1$，

所以 $x\leqslant-3$；

当 $x\geqslant1$ 时，不等式等价为 $x-1-(2x+3)\leqslant1$，解得 $x\geqslant-5$，所以 $x\geqslant1$；

当 $-\frac{3}{2}<x<1$ 时，不等式等价为 $1-x-(2x+3)\leqslant1$，解得 $x\geqslant-1$，所以 $-1\leqslant x<1$.

综上所述，该不等式的解集为 $(-\infty,-3]\cup[-1,+\infty)$. （5 分）

(2) 由题意得当 $x<-1$ 时，$|ax-1|+|x+1|+x>0$ 恒成立，

即 $|ax-1|>1$ 恒成立.

当 $a>0$ 时，$ax<0$，$ax-1<-1$，故 $|ax-1|>1$ 成立；

当 $a=0$ 时，显然不成立；

当 $a<0$ 时，$ax>0$，$ax-1>-1$，

则 $|ax-1|>1$ 转化为 $ax-1>1$，故 $x<\frac{2}{a}$ 恒成立，

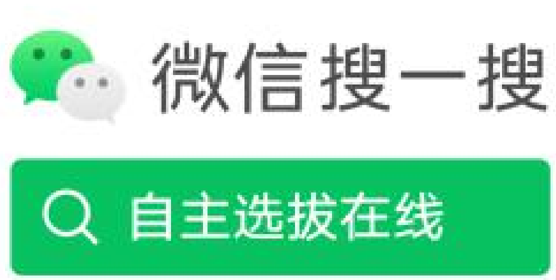
所以 $\frac{2}{a}\geqslant-1$，则 $a\leqslant-2$.

综上，实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-2]\cup(0,+\infty)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》