山东省 2021 届高三开学质量检测
数　学

试卷满分：150 分　考试时长：120 分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A=\{x|\ln x<1\}$，$B=\{x|x^2-4x-12\geq 0\}$，则 $A\cup(\complement_R B)=$

A. $(-\infty,6)$　　B. $(-2,6)$　　C. $(0,6]$　　D. $(0,e)$

2. 已知复数 $z=1+i$，$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数，则 $\frac{1+z}{\bar{z}}=$

A. $\frac{3+i}{2}$　　B. $\frac{1+i}{2}$　　C. $\frac{1-3i}{2}$　　D. $\frac{1+3i}{2}$

3. 马林·梅森（Marin Mersenne，1588—1648）是 17 世纪法国著名的数学家和修道士，也是当时欧洲科学界一位独特的中心人物。梅森在欧几里得、费马等人研究的基础上对 2^p-1 作了大量的计算、验证工作，人们为纪念梅森在数论方面的这一贡献，将形如 2^p-1（其中 p 是素数）的素数，称为梅森素数。在不超过 40 的素数中，随机选取两个不同的数，至少有一个为梅森素数的概率是

A. $\frac{5}{11}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{9}{22}$　　D. $\frac{1}{22}$

4. 已知参加 2020 年某省夏季高考的 53 万名考生的成绩 Z 近似地服从正态分布 $N(453,99^2)$，估计这些考生成绩落在 $(552,651]$ 的人数约为

（附：$Z\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<Z\leq\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<Z\leq\mu+2\sigma)=0.9545$）

A. 36 014　　B. 72 027　　C. 108 041　　D. 168 222

5. “中国剩余定理”又称“孙子定理”。1852 年，英国来华传教士伟烈亚力将《孙子算经》中“物不知数”问题的解法传至欧洲。1874 年英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得到的关于同余式解法的一般性定理，因而西方称之为“中国剩余定理”。此定理讲的是关于整除的问题，现将 1 到 1 009 这 1 009 个数中，能被 2 除余 1 且被 5 除余 1 的数按从小到大的顺序排成一列，构成数列 $\{a_n\}$，则该数列共有

A. 100 项　　B. 101 项　　C. 102 项　　D. 103 项

6. 已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=4$，$AC=4\sqrt{3}$，$BC=8$，动点 P 自点 C 出发沿线段 CB 运动，到达点 B 时停止，动点 Q 自点 B 出发沿线段 BC 运动，到达点 C 时停止，且动点 Q 的速度是动点 P 的 2 倍。若二者同时出发，且一个点停止运动时，另一个点也停止，则该过程中 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$ 的最大值是

A. $\frac{7}{2}$　　B. 4　　C. $\frac{49}{2}$　　D. 28

7. 已知直线 $y=kx+b$ 恒在函数 $y=\ln(x+1)$ 的图象的上方，则 $\frac{b}{k}$ 的取值范围是

A. $(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,3]$　　C. $(-\infty,3)$　　D. $[3,+\infty)$

8. 已知 $m\in\mathbf{R}$，过定点 A 的动直线 $mx+y=0$ 和过定点 B 的动直线 $x-my-m+3=0$ 交于点 P，则 $|PA|+\sqrt{3}|PB|$ 的取值范围是

A. $(\sqrt{10},2\sqrt{10}]$　　B. $(\sqrt{10},\sqrt{30}]$　　C. $[\sqrt{10},\sqrt{30})$　　D. $[\sqrt{10},2\sqrt{10}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分。

9. 若 $a>0,b>0$，且 $a+b=1$，则下列不等式恒成立的是

A. $0<\frac{1}{ab}\le\frac{1}{4}$　　B. $\sqrt{ab}\le 2$　　C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge 4$　　D. $\frac{1}{a^2+b^2}\le\frac{1}{8}$

10. 将函数 $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{2})(\omega>0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，且 $g(0)=-1$，则下列说法正确的是

A. $g(x)$ 为奇函数

B. $g(-\frac{\pi}{2})=0$

C. 当 $\omega=5$ 时，$g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上有 4 个极值点

D. 若 $g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{5}]$ 上单调递增，则 ω 的最大值为 5

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$，过其右焦点 F 的直线 l 与双曲线交于两点 A,B，则

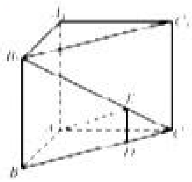
A. 若 A,B 同在双曲线的右支，则 l 的斜率大于 $\frac{4}{3}$

B. 若 A 在双曲线的右支，则 $|FA|$ 最短长度为 2

C. $|AB|$ 的最短长度为 $\frac{32}{3}$

D. 满足 $|AB|=11$ 的直线有 4 条

12. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AC=2$，$AB=3$，$\angle BAC=90°$，点 D,E 分别是线段 BC,B_1C 上的动点（不含端点），且 $\frac{EC}{B_1C}=\frac{DC}{BC}$，则下列说法正确的是



（第 12 题图）

A. ED∥平面 ACC_1

B. 四面体 $A-BDE$ 的体积是定值

C. 异面直线 B_1C 与 AA_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$

D. 二面角 $A-EC-D$ 的余弦值为 $\frac{4}{13}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 高二一班周一上午有四节课，分别安排语文、数学、英语和体育，其中语文不安排在第一节，数学不安排在第二节，英语不安排在第三节，体育不安排在第四节，则不同的课表安排方法共有________种。

14. 已知四面体 $A-BCD$ 中，$AB=CD=\sqrt{5}$，$AC=BD=\sqrt{10}$，$BC=AD=\sqrt{13}$，则其外接球的体积为________。

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\frac{\sin 1}{\cos n\cos(n+1)}$，$\{a_n\}$ 的前 n 项的和记为 S_n，则 $\frac{S_{?}}{S_{?}}=$________。

16. 某中学开设了剪纸艺术社团，该社团学生在庆中秋剪纸活动中剪出了三个互相外切的圆，其半径分别为 $\sqrt{3}+1,3-\sqrt{3},\sqrt{3}-1$（单位：cm），则三个圆之间空隙部分的面积为________cm^2。

7. 已知直线 $y=kx+b$ 恒在函数 $y=\ln(x+4)$ 的图象的上方，则 $\frac{b}{k}$ 的取值范围是

A. $(3,+\infty)$　　B. $(-\infty,3]$　　C. $(-\infty,3)$　　D. $[3,+\infty)$

8. 已知 $m\in\mathbf{R}$，过定点 A 的动直线 $mx+y=0$ 和过定点 B 的动直线 $x-my-m+3=0$ 交于点 P，则 $|PA|+\sqrt{3}|PB|$ 的取值范围是

A. $(\sqrt{10},2\sqrt{10}]$　　B. $(\sqrt{10},\sqrt{30}]$　　C. $[\sqrt{10},\sqrt{30})$　　D. $[\sqrt{10},2\sqrt{10}]$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分。

9. 若 $a>0,b>0$，且 $a+b=4$，则下列不等式恒成立的是

A. $0<\frac{1}{ab}\leqslant\frac{1}{4}$　　B. $\sqrt{ab}<2$　　C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geqslant1$　　D. $\frac{1}{a^2+b^2}\leqslant\frac{1}{8}$

10. 将函数 $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{2})(\omega>0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，且 $g(0)=-1$，则下列说法正确的是

A. $g(x)$ 为奇函数

B. $g(-\frac{\pi}{2})=0$

C. 当 $\omega=5$ 时，$g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上有 4 个极值点

D. 若 $g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{5}]$ 上单调递增，则 ω 的最大值为 5

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$，过其右焦点 F 的直线 l 与双曲线交于两点 A,B，则

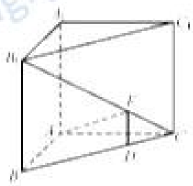
A. 若 A,B 同在双曲线的右支，则 l 的斜率大于 $\frac{4}{3}$

B. 若 A 在双曲线的右支，则 $|FA|$ 最短长度为 2

C. $|AB|$ 的最短长度为 $\frac{32}{3}$

D. 满足 $|AB|=11$ 的直线有 4 条

12. 如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AC=2,AB=3,\angle BAC=90^\circ$，点 D,E 分别是线段 BC,B_1C 上的动点（不含端点），且 $\frac{EC}{B_1C}=\frac{DC}{BC}$，则下列说法正确的是



（第 12 题图）

A. ED∥平面 ACC_1

B. 四面体 $A\text{-}BDE$ 的体积是定值

C. 异面直线 B_1C 与 AA_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{13}}{2}$

D. 二面角 $A\text{-}EC\text{-}D$ 的余弦值为 $\frac{4}{13}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 高三一班周一上午有四节课，分别安排语文、数学、英语和体育．其中语文不安排在第一节，数学不安排在第二节，英语不安排在第三节，体育不安排在第四节，则不同的课表安排方法共有______种．

14. 已知四面体 $A\text{-}BCD$ 中，$AB=CD=\sqrt{5},AC=BD=\sqrt{10},BC=AD=\sqrt{13}$，则其外接球的体积为______．

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\frac{\sin1^\circ}{\cos n^\circ\cos(n-1)^\circ}$，$\{a_n\}$ 的前 n 项的和记为 S_n，则 $\frac{S_{10}}{S_{80}}=$______．

16. 某中学开设了剪纸艺术社团，该社团学生在庆中秋剪纸活动中剪出了三个互相外切的圆，其半径分别为 $\sqrt{3}+1,3-\sqrt{3},\sqrt{3}-1$（单位：cm），则三个圆之间空隙部分的面积为______cm^2．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n=\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{2}n$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）数列$b_n=[\lg a_n]$，$[x]$表示不超过 x 的最大整数，求$\{b_n\}$的前 1 000 项和T_{1000}.

18.（12 分）

在①$\frac{b}{a}=\frac{\cos B+1}{\sqrt{3}\sin A}$，②$2b\sin A=a\tan B$，③$(a-c)\sin A+c\sin(A+B)=b\sin B$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并加以解答.

已知$\triangle ABC$的内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，若________.

（1）求角 B；

（2）若 $a+c=4$，求$\triangle ABC$周长的最小值，并求出此时$\triangle ABC$的面积.

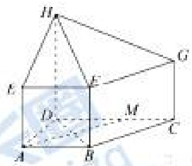
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.（12 分）

如图，在几何体 $ABCD-EFGH$ 中，$HD\perp$底面 $ABCD$，$HD\,/\!/\,FB$，$AB\,/\!/\,DC$，$AD\perp DC$，$AB=1$，$DC=2$，$\angle BCD=45^\circ$，$HD=2$，$FB=1$，设点 M 在棱 DC 上，已知 $AM\perp$平面 $FBDH$.

（1）求线段 DM 的长度；

（2）求二面角 $H-AM-F$ 的余弦值.

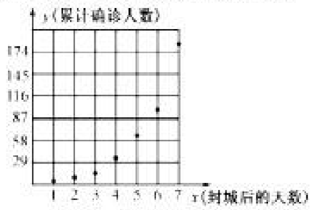


（第 19 题图）

20.（12 分）

2020 年 1 月底，为严防新型冠状病毒疫情扩散，有效切断病毒传播途径，坚决遏制疫情蔓延势头，确保人民群众生命安全和身体健康，多地相继做出了封城决定. 某地在 1 月 23 日至 29 日累计确诊人数如下表：

日期（1 月）	23 日	24 日	25 日	26 日	27 日	28 日	29 日
累计确诊人数（人）	6	11	21	34	66	101	196



（第 20 题图）

由上述表格得到如右散点图（1 月 23 日为封城第一天）.

（1）根据散点图判断 $y=a+bx$ 与 $y=c\cdot d^x$（c，d 均为大于 0 的常数）哪一个适宜作为累计确诊人数 y 与封城后的天数 x 的回归方程类型（给出判断即可，不必说明理由）；并根据上表中的数据求出回归方程；

(2)随着更多的医护人员投入疫情的研究，2月20日武汉影像科医生提出存在大量核酸检测呈阴性(阳性则确诊)，但观其CT肺片具有明显病变，这一提议引起了广泛的关注，2月20日武汉疾控中心接收了1 000份血液样本，假设每份样本的检验结果是阳性还是阴性都是相互独立的，且每份样本是阳性样本的概率为0.7，核酸试剂能把阳性样本检测出阳性结果的概率是0.99(核酸检测存在阳性样本检测不出来的情况，但不会把阴性检测呈阳性)，求这1 000份样本中检测呈阳性的份数的期望.

参考数据：

$\bar{y}$	$\bar{w}$	$\sum\limits_{i=1}^{7} x_i y_i$	$\sum\limits_{i=1}^{7} x_i w_i$	$10^{0.54}$
62.14	1.54	2 535	50.12	3.47

其中 $w_i=\lg y_i$，$\bar{w}=\frac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7} w_i$，参考公式：

对于一组数据 $(u_1,w_1),(u_2,w_2),\cdots,(u_n,w_n)$，其回归直线 $\hat{w}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} u_i w_i-n\bar{u}\bar{w}}{\sum\limits_{i=1}^{n} u_i^2-n\bar{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{w}-\hat{\beta}\bar{u}$.

21. (12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $P(2,1)$，且该椭圆的一个短轴端点与两焦点 F_1，F_2 为等腰直角三角形的三个顶点.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设直线 l 不经过 P 点且与椭圆 C 相交于 A，B 两点. 若直线 PA 与直线 PB 的斜率之积为1，证明：直线 l 过定点.

22. (12分)

已知函数 $f(x)=\ln x-mx+1$，$g(x)=x\cdot(e^x-1)$.

(1)若 $f(x)$ 的最大值是0，求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=e$ 处的切线方程；

(2)若对于定义域内任意 x，$f(x)\leqslant g(x)$ 恒成立，求 m 的取值范围.

密 封 线 内 不 要 答 题

山东省2021届高三开学质量检测
数学参考答案

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. B　2. D　3. A　4. B　5. B　6. C　7. A　8. D

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得3分。

9. CD　10. BCD　11. BD　12. ACD

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

13. 9　14. $\frac{7\sqrt{14}}{3}\pi$　15. 3　16. $2\sqrt{3}-\frac{(10-4\sqrt{3})}{3}\pi$

四、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 解:(1)当 $n=1$ 时,$a_1=S_1=1$, ………… 1分

当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{2}n-[\frac{3}{2}(n-1)^2-\frac{1}{2}(n-1)]=3n-2$, ………… 3分

将 $n=1$ 代入上式验证显然适合,所以 $a_n=3n-2$. ………… 4分

(2)因为 $a_4=10,a_{34}=100,a_{334}=1\ 000,a_{3\ 334}=10\ 000$, ………… 5分

所以 $b_n=\begin{cases}0,1\leqslant n\leqslant 3\\1,4\leqslant n\leqslant 33\\2,34\leqslant n\leqslant 333\\3,334\leqslant n\leqslant 1\ 000\end{cases}$. ………… 9分

所以 $T_{1\ 000}=0\times 3+1\times 30+2\times 300+3\times 667=2\ 631$. ………… 10分

18. 解:选①由正弦定理得 $\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\cos B+1}{\sqrt{3}\sin A}$, ………… 1分

$\because \sin A\neq 0$,$\therefore \sqrt{3}\sin B-\cos B=1$, ………… 2分

即 $\sin(B-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$, ………… 4分

$\because 0<B<\pi$,$\therefore -\frac{\pi}{6}<B-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$,

$\therefore B-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$,$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ………… 6分

选②$\because 2b\sin A=a\tan B$,$2b\sin A=\frac{a\sin B}{\cos B}$, ………… 1分

由正弦定理可得 $2\sin B\sin A=\sin A\cdot\frac{\sin B}{\cos B}$, ………… 2分

$\because \sin A\neq 0$,$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$, ………… 4分

$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ………… 6分

选③$\because \sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$, ………… 1分

由已知结合正弦定理可得 $(a-c)a+c^2=b^2$, ………… 2分

$\therefore a^2+c^2-b^2=ac$,

$\therefore \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$, ………… 4分

$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ………… 6分

(2)$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac=16-3ac$，即 $3ac=16-b^2$，…… 8 分

$\therefore 16-b^2\leqslant 3(\frac{a+c}{2})^2$，解得 $b\geqslant 2$，当且仅当 $a=c=2$ 时取等号，…… 10 分

$\therefore b_{\min}=2$，$\triangle ABC$ 周长的最小值为 6，此时$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3}$. …… 12 分

19. 解：以 D 为坐标原点，射线 DA 为 x 轴的正半轴，建立如图所示的空间直角坐标系 D-xyz，

由 $AB/\!/DC$，$AD\perp DC$，$AB=1$，$DC=2$，$\angle BCD=45°$，易知 $AD=1$.

则 $A(1,0,0)$，$B(1,1,0)$，$C(0,2,0)$，$D(0,0,0)$，$H(0,0,2)$，$F(1,1,1)$ …… 1 分

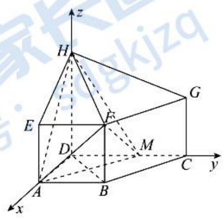
(1)设 $M(0,t,0)$，因为 $AM\perp$平面 $FBDH$，所以 $AM\perp BD$，

$\overrightarrow{AM}=(-1,t,0)$，$\overrightarrow{BD}=(-1,-1,0)$. …… 3 分

$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BD}=1-t=0$，解得 $t=1$，所以线段 DM 的长度为 1. …… 5 分

(2)设 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$是平面 HAM 的一个法向量，$\overrightarrow{AH}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{MF}=(1,0,1)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AM}=0\\\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{AH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x+y=0\\-x+2z=0\end{cases}$，可取 $\boldsymbol{n}_1=(2,2,1)$，…… 7 分



（第 19 题图）

同理，设 $\boldsymbol{n}_2=(u,v,w)$是平面 AMF 的一个法向量，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{AM}=0\\\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{MF}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-u+v=0\\u+w=0\end{cases}$，可取 $\boldsymbol{n}_2=(1,1,-1)$. …… 9 分

则 $\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，…… 11 分

显然二面角 H-AM-F 为锐二面角，所以二面角 H-AM-F 的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$. …… 12 分

20. 解：(1)由散点图可知选择 $y=c\cdot d^x$，…… 1 分

由 $y=c\cdot d^x$ 两边同时取常用对数得 $\lg y=\lg c+\lg d\cdot x$，…… 2 分

设 $\lg y=w$，$\therefore w=\lg c+\lg d\cdot x$.

计算$\overline{x}=4$，$\overline{w}=1.54$，$\sum\limits_{i=1}^{7}x_i^2=140$，…… 3 分

$\lg\hat{d}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{7}x_iw_i-7\,\overline{x}\,\overline{w}}{\sum\limits_{i=1}^{7}x_i^2-7\,\overline{x}^2}=\frac{50.12-7\times4\times1.54}{140-7\times4^2}=\frac{7}{28}=0.25$，…… 5 分

把样本中心点(4，1.54)代入 $w=\lg c+\lg d\cdot x$ 得 $\lg\hat{c}=0.54$. …… 6 分

$\therefore\hat{w}=0.54+0.25x$，

$\therefore y$ 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=3.47\times10^{0.25x}$. …… 7 分

(2)这 1 000 份样本中检测呈阳性的份数为 X，

则每份检测出阳性的概率 $P=0.7\times0.99=0.693$，…… 9 分

由题意可知 $X\sim B(1\,000,0.693)$，$\therefore E(X)=1\,000\times0.693=693$(人)，…… 11 分

故这 1 000 份样本中检测呈阳性份数的期望为 693 人. …… 12 分

21. 解：(1)由题意$\frac{4}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1$，$b=c$，结合 $a^2-b^2=c^2$，解得 $a=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{3}$，

$\therefore$椭圆方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$. …… 4 分

(2)证明：①当直线 l 斜率不存在时，设直线 l：$x=m$，$A(m,y_m)$，$B(m,-y_m)$，

$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_m-1}{m-2}\cdot\frac{-y_m-1}{m-2}=1$，

解得 $m=2$(舍)或 $m=6$(舍)，故不满足. …… 5 分

②当直线 l 斜率存在时，设 l：$y=kx+t$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases} y=kx+t \\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，整理得$(2k^2+1)x^2+4ktx+2t^2-6=0$.

$\Delta=8(6k^2-t^2+3)>0$，$x_1+x_2=\frac{-4kt}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2t^2-6}{2k^2+1}$.① ………… 7分

则$k_{PA}\cdot k_{PB}=\frac{y_1-1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2-1}{x_2-2}=\frac{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}=1$，

$\therefore(k^2-1)x_1x_2+(tk-k+2)(x_1+x_2)+t^2-2t-3=0$，………… 8分

将①代入上式可得$12k^2+8kt+t^2+2t-3=0$，$\therefore(2k+t-1)\cdot(6k+t+3)=0$，………… 10分

若$2k+t-1=0$，$t=1-2k$，直线l经过P点与已知矛盾，

若$6k+t+3=0$，$t=-3-6k$，$\Delta=-48(5k^2+6k+1)$存在k使得$\Delta>0$成立.

$\therefore$直线l的方程为$y=k(x-6)-3$，

故直线l过定点$(6,-3)$. ………… 12分

22. 解：(1)$f(x)$的定义域$(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{1}{x}+m$，………… 1分

若$m\geqslant0$，$f'(x)>0$，$f(x)$在定义域内单调递增，无最大值；………… 2分

若$m<0$，$x\in(0,-\frac{1}{m})$，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；$x\in(-\frac{1}{m},+\infty)$，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；

所以$x=-\frac{1}{m}$时$f(x)$取得最大值$\ln(-\frac{1}{m})=0$，所以$m=-1$. ………… 3分

$f'(\mathrm{e})=\frac{1}{\mathrm{e}}-1$，$f(\mathrm{e})=2-\mathrm{e}$.

函数$f(x)$的图象在$x=\mathrm{e}$处的切线方程$y=(\frac{1}{\mathrm{e}}-1)x+1$. ………… 5分

(2)原式子恒成立，即$m+1\leqslant \mathrm{e}^x-\frac{\ln x+1}{x}$在$(0,+\infty)$恒成立，………… 6分

设$\varphi(x)=\mathrm{e}^x-\frac{\ln x+1}{x}$，$\varphi'(x)=\frac{x^2\mathrm{e}^x+\ln x}{x^2}$，设$Q(x)=x^2\mathrm{e}^x+\ln x$，

$Q'(x)=(x^2+2x)\mathrm{e}^x+\frac{1}{x}>0$，所以$Q(x)$在其定义域内单调递增，且$Q(\frac{1}{2})<0$，$Q(1)>0$，

所以$Q(x)$有唯一零点x_0，………… 8分

而且$x_0^2\cdot\mathrm{e}^{x_0}+\ln x_0=0$，所以$x_0\cdot\mathrm{e}^{x_0}=\frac{-\ln x_0}{x_0}$，

两边同时取对数得$x_0+\ln x_0=\ln(-\ln x_0)+(-\ln x_0)$，

易证明函数$y=x+\ln x$是增函数，所以得$x_0=-\ln x_0$，所以$\mathrm{e}^{x_0}=\frac{1}{x_0}$，………… 9分

所以由$\varphi(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增，

所以$\varphi(x)\geqslant\varphi(x_0)=\mathrm{e}^{x_0}-\frac{\ln x_0+1}{x_0}=\frac{1}{x_0}-\frac{-x_0+1}{x_0}=1$，………… 11分

于是m的取值范围是$(-\infty,0]$. ………… 12分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索