

姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____ 密封线内
张 线 封 线 张

绝密★启用前

2021 届高三卫冕联考
理科数试卷

本试卷共 4 页,23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选择题的作答:先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内,写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

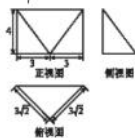
第 I 卷

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 4x < 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 1, 2, 3\}$
2. 复数 $z = \frac{1-i}{1+2i}$ 的虚部为
A. $-\frac{1}{5}i$ B. $\frac{1}{5}i$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$
3. 已知 e_1, e_2 是两个夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的单位向量, $a = 2e_1 + 4e_2$, $b = 4e_1 - e_2$, 则 $a \cdot b =$
A. 7 B. 9 C. 11 D. 13
4. " $a < 8$ " 是 "方程 $x^2 + y^2 + 2x + 4y + a = 0$ 表示圆" 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 已知 $a = \log_2 3$, $b = \log_3 3$, $c = \log_5 5$, 则
A. $b < a < c$ B. $a < b < c$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$
6. 我国古代数学著作《九章算术》在《大衍历》中建立了日影长 l 与太阳天顶距 θ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) 的对应表,这是世界数学史上较早的一张正切函数表。根据三角学知识可知,日影长 l 等于表高 h 与太阳天顶距 θ 正切值的乘积,即 $l = Atan \theta$ 。若对同一"表高"两次测量,"日影长"分别是"表高"的 2 倍和 3 倍(所成角记 θ_1, θ_2), 则 $\tan(\theta_1 - \theta_2) =$
A. $\frac{5}{7}$ B. $-\frac{5}{7}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

7. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的表面积为

- A. $48 + 16\sqrt{2}$
B. $24 + 16\sqrt{2}$
C. $48 + 12\sqrt{2}$
D. $24 + 12\sqrt{2}$



高三大联考·理科第 1 页(共 4 页)

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , M 是 C 的渐近线上一点, $|MF_2| = |F_1F_2|$, $\angle F_1F_2M = 120^\circ$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\sqrt{3}$

9. 为了丰富教职工业余文化生活,某校计划在假期组织 70 名老师外出旅游,并给出了两种方案(方案一和方案二),每位老师均选择且只选择一种方案,其中有 50% 的男老师选择方案一,有 75% 的女老师选择方案二,且选择方案一的老师中女老师占 40%, 则参照附表,得到的正确结论是

- A. 在犯错误的概率不超过 2.5% 的前提下,认为"选择方案与性别有关"
B. 在犯错误的概率不超过 2.5% 的前提下,认为"选择方案与性别无关"
C. 有 95% 以上的把握认为"选择方案与性别有关"
D. 有 95% 以上的把握认为"选择方案与性别无关"

附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025
k_0	2.706	3.841	5.024

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a + b + c + d.$$

10. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + \sin^2 x - \cos^2 x$, 则下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ 对称
B. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上的值域为 $[\sqrt{3}, 2]$
C. 若 $f(x_1) = f(x_2) = 2$, 则 $x_1 - x_2 = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
D. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得 $g(x) = -2\cos 2x$ 的图象

11. 已知 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $f(5) = 4$, $f(x+3)$ 是偶函数, 任意 $x_1, x_2 \in [3, +\infty)$ 满足 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 则不等式 $f(3x-1) < 4$ 的解集为

- A. $(\frac{2}{3}, 3)$ B. $(\frac{2}{3}, 2)$
C. $(2, 3)$ D. $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (2, +\infty)$

12. 已知正三棱柱(底面为正三角形的直棱柱) $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $6\sqrt{3}$, $AB = 2\sqrt{3}$, D 是 B_1C_1 的中点, 点 F 是线段 A_1D 上的动点, 过 BC 且与 AF 垂直的截面 α 与 AF 交于点 E , 则三棱锥 $F-BCE$ 的体积的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22~23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-4 \leq 0, \\ x-2y+5 \leq 0, \\ 2x+y-7 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{y}{x+4}$ 的最大值为 _____。
14. 二项式 $(x^2 + 1)(\frac{x}{\sqrt{x}} - 1)^7$ 的展开式中的常数项为 _____。
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $2c = 3b$, $(2\tan B + \tan A) \sin A = 2 \tan B \sin A$, 则角 $A =$ _____。
16. 已知抛物线 $x^2 = 8y$ 的焦点为 F , 准线为 l , 点 P 是 l 上一点, 过点 P 作 PF 的垂线交 x 轴的正半轴于点 A , AF 交抛物线于点 B , 若 PB 与 y 轴垂直, 则 $|FA| =$ _____。

高三大联考·理科第 2 页



三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 20$, $S_n = 4n^2 + kn$.

(1) 求 a_n .

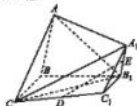
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 3, b_n - b_{n-1} = a_{n-1} (n \geq 2)$, 求数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

如图所示, 在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $BC \perp BB_1, AB \perp BB_1, AB = BC = BB_1 = 2A_1B_1, D, E$ 分别为 CC_1, A_1B_1 的中点.

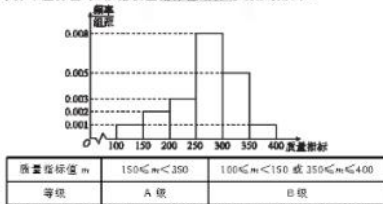
(1) 证明: $DE \parallel$ 平面 AB_1C_1 .

(2) 若 $\angle ABC = 120^\circ$, 求平面 AB_1C_1 和平面 ABC 所成锐二面角的余弦值.



19. (本小题满分 12 分)

某企业从生产的一批零件中抽取 100 个作为样本, 检测其质量指标值 $m (m \in [100, 400])$, 得到下面的频率分布直方图, 并依据质量指标值划分等级如表所示:



(1) 根据频率分布直方图估计这 100 个零件的质量指标的平均数 \bar{x} (每组数据以区间的中点值为代表);

(2) 以样本分布的频率作为总体分布的概率, 解决下列问题:

(i) 从生产的零件中随机抽取 3 个零件, 记其中 A 级零件的个数为 ξ , 求 ξ 的分布列和数学期望;

(ii) 该企业为节省检测成本, 采用瓶装的方式将所有零件按 400 个一箱包装, 已知一个 A 级零件的利润是 12 元, 一个 B 级零件的利润是 4 元, 试估计每箱零件的利润.

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆 C 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $P(4, 2)$, 且 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $2\sqrt{6}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 $(2, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, 直线 PA, PB 的斜率分别为 k_1, k_2 , 当 $k_1 k_2$ 最大时, 求直线 l 的方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln(x+m) - xe^{-x}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $x-2y=0$ 平行, 求 m 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 证明: 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立;

(3) 当 $m > 1$ 时, 求 $f(x)$ 的零点个数.

请考生在第 22, 23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sin \alpha + \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha - \cos \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$.

(1) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若点 P 的直角坐标为 $(3, -1)$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|PA|} + \frac{1}{|PB|}$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+7| + |2x+2|$.

(1) 求不等式 $f(x) \geq 8$ 的解集;

(2) 已知 $f(x)$ 的最小值为 m , 且正实数 a, b 满足 $a+b+c=m$, 证明: $\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq 9$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注自主选拔在线官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》

