

秘密 ★ 启用前【考试时间:2022年12月27日15:00~17:00】

遂宁市高 2023 届第一次诊断性考试 数 学(文史类)

注意事项:

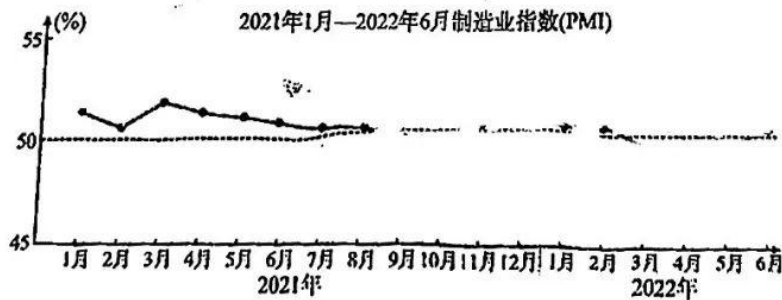
1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | (x+3)(x-2) < 0\}$, $B = \{x | -1 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $(-1, 2)$ B. $(-1, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $(0, 3)$

2. 已知 i 为虚数单位, 则 $\frac{3+4i}{1-i} =$
 A. $-1+7i$ B. $7+7i$ C. $-\frac{1}{2} + \frac{7}{2}i$ D. $\frac{7}{2} + \frac{7}{2}i$

3. 采购经理指数(PMI), 是通过对企业采购经理的月度调查结果统计汇总、编制而成的指数, 它涵盖了企业采购、生产、流通等各个环节, 包括制造业和非制造业领域, 是国际上通用的监测宏观经济走势的先行性指数之一, 具有较强的预测、预警作用. 制造业 PMI 高于 50% 时, 反映制造业较上月扩张; 低于 50%, 则反映制造业较上月收缩. 下图为我国 2021 年 1 月—2022 年 6 月制造业采购经理指数(PMI)统计图.



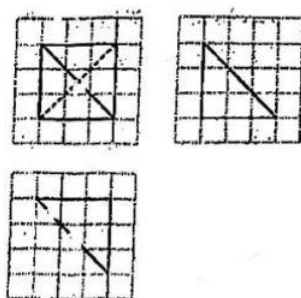
根据统计图分析, 下列结论最恰当的一项为

- A. 2021 年第二、三季度的各月制造业在逐月收缩
 - B. 2021 年第四季度各月制造业在逐月扩张
 - C. 2022 年 1 月至 4 月制造业逐月收缩
 - D. 2022 年 6 月 PMI 重回临界点以上, 制造业景气水平呈恢复性扩张
4. 已知函数 $f(x) = 2^x + 2^{2-x}$ ($x \in \mathbb{R}$), 则 $f(x)$ 的图象
- A. 关于直线 $x=1$ 对称
 - B. 关于点 $(1, 0)$ 对称
 - C. 关于直线 $x=0$ 对称
 - D. 关于原点对称

数学(文史类)试题 第 1 页(共 4 页)

5. 如图, 网格纸上绘制的是一个多面体的三视图, 网格小正方形的边长为 1, 则构成该多面体的面中最大的面积为

- A. $\frac{9}{2}$
B. 9
C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$
D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$



6. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 3^x > 2^x$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $\ln x_0 = -2$, 则下列命题是真命题的为

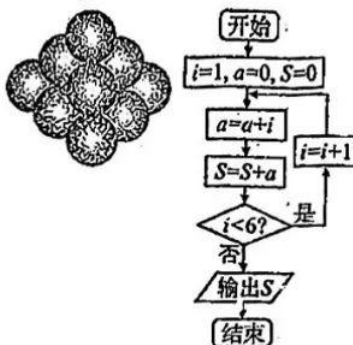
- A. $p \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge q$ C. $p \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

7. 某班有包括甲、乙在内的 4 名学生到 2 个农场参加劳动实践活动, 且每个学生只能到一个农场, 每个农场 2 名学生. 则甲、乙两名学生被安排在不同农场的概率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 如图所示的形状出现在南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术·商功》中, 后人称为“三角垛”. “三角垛”的最上层有 1 个球, 第二层有 3 个球, 第三层有 6 个球, ... 右图所示的程序框图给出了计算“三角垛”小球总数的一个算法, 执行该程序框图, 输出的 S 即为小球总数, 则 $S =$

- A. 35
B. 56
C. 84
D. 120



9. 过抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 且倾斜角为锐角的直线 l_1 与 C 交于两点 A, B (横坐标分别为 x_A, x_B , 点 A 在第一象限), l_2 为 C 的准线, 过点 A 与 l_2 垂直的直线与 l_2 相交于点 M .

若 $|AF| = |FM|$, 则 $\frac{x_A}{x_B} =$

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 12

10. 已知 $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{5\pi}{6}\right)$ 的值为

- A. $-\frac{7}{9}$ B. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < 2)$ 的左焦点为 F_1 , 直线 $y = kx (k \neq 0)$ 与 C 交于点 M, N . 若

$\angle MF_1N = 120^\circ, |MF_1| \cdot |NF_1| = \frac{8}{3}$, 则椭圆 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

12. 设 $a = 1.02, b = e^{0.025}, c = 0.9 + 2\sin 0.06$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $c < b < a$ B. $a < b < c$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

数学(文史类)试题 第 2 页(共 4 页)

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分。

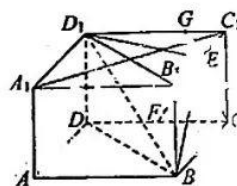
13. 已知向量 $a=(t-1,3)$, $b=(2,-t)$, 若 $a \perp b$, 则实数 t 的值为 _____.

$$t-2y-4 \leq 0,$$

14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-2 \geq 0, \\ 0, \end{cases}$ 则 $z=2x-3y$ 的最大值为 _____.

15. 若函数 $f(x)=A \sin x - \cos x$ 的一个零点为 $\frac{\pi}{6}$, 则 $A=$ _____, $f(\frac{\pi}{3})=$ _____.

16. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 B_1C_1, CD 的中点, 点 G 是棱 C_1D_1 上靠近 C_1 的三等分点, 直线 BE 与平面 ABB_1A_1 所成角为 45° . 给出以下4个结论:



- ① $EF \parallel$ 平面 BB_1D_1D ; ② $EF \perp A_1C_1$;
③ 平面 $EFC \perp$ 平面 BD_1E ; ④ B, E, F, G 四点共面.

其中, 所有正确结论的序号为 _____.

三、解答题:共70分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生依据要求作答。

一) 必考题:共60分。

17. (12分)

某企业为改进生产, 现就某产品及成本相关数据进行统计。现收集了该产品的成本费 y (单位: 万元/吨) 及同批次产品生产数量 x (单位: 吨) 的20组数据。现分别用两种模型 ① $y = bx + a$,

② $y = \frac{d}{x} + c$ 进行拟合, 据收集到的数据, 计算得到如下值:

\bar{x}	\bar{y}	\bar{t}	$\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{20} (t_i - \bar{t})^2$	$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$	$\sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})(t_i - \bar{t})$
14.5	10	0.08	665	0.04	-450	4

表中 $t_i = \frac{1}{x_i}$, $\bar{t} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} t_i$.

若用 $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$ 刻画回归效果, 得到模型 ①、② 的 R^2 值分别为 $R_1^2 = 0.7891$,

$$R_2^2 = 0.9485.$$

(1) 利用 R_1^2 和 R_2^2 比较模型 ①、② 的拟合效果, 应选择哪个模型? 并说明理由;

(2) 根据(1)中所选择的模型, 求 y 关于 x 的回归方程, 并求同批次产品生产数量为25(吨)时 y 的预报值.

附: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{\beta}x$ 的斜率和截距的最小

$$\text{二乘法估计分别为 } \hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}.$$

18. (12分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1=1, a_5=3(a_4-a_2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 $S_n \leq \frac{127}{128}$ 成立的 n 的最大值.

19. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{2\cos A}{bc} = \frac{\cos B}{ab} + \frac{\cos C}{ac}$.

(1) 求角 A 的大小;

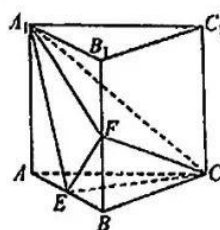
(2) 若 $c=3$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. (12分)

如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AB=BC=2, \angle ABC=120^\circ$, E, F 分别为棱 AB 和 BB_1 的中点.

(1) 在棱 AA_1 上是否存在一点 D , 使得 $C_1D \parallel$ 平面 EFC ? 若存在, 确定点 D 的位置, 并给出证明; 若不存在, 试说明理由.

(2) 求三棱锥 A_1-EFC 的体积.



21. (12分)

已知函数 $f(x) = xe^x - a\left(\frac{1}{2}x^2 + x - 1\right)$.

(1) 若 $a=-1$, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $x \geq 0, f(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t\cos\alpha \\ y = t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{8}{5-3\cos 2\theta}$, 直线 l 与曲线 C

相交于 A, B 两点, $M(\sqrt{3}, 0)$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若 $\vec{AM} = 2\vec{MB}$, 求直线 l 的斜率.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a+b=2$.

(1) 证明: $\frac{25}{2} \leq (a+2)^2 + (b+1)^2 < 17$;

(2) 若不等式 $|3x+m+1| + |3x-m-1| \geq \sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}$ 对任意 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

