

西南大学附中 2020-2021 学年度下期期末考试

高二数学试题

(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、座号、准考证号填写在答题卡上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔填涂; 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写: 必须在题号对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写无效; 保持答卷清洁、完整.
3. 考试结束后, 将答题卡交回 (试题卷自己保存, 以备评讲).

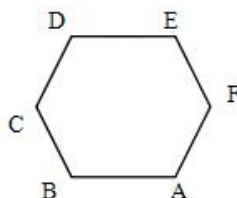
一、单项选择题: 本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求.

1. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则集合 $A \cap B =$

- A. $\{0\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. 如右图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} =$

- A. $\vec{0}$ B. $\overrightarrow{BE}$
C. $\overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{CF}$



3. 已知直线 l 、 m 和平面 α . 若 $m \subset \alpha, l \not\subset \alpha$, 则“ $l \parallel m$ ”是“ $l \parallel \alpha$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 我国古代的天文学和数学著作《周髀算经》中记载: 一年有二十四个节气, 每个节气晷 (guì) 长损益相同 (晷是按照日影测定时刻的仪器, 晷长即为所测量影子的长度). 夏至、小暑、大暑、立秋、处暑、白露、秋分、寒露、霜降、立冬、小雪、大雪是连续十二个节气, 其日影子长依次成等差数列, 经记录测算, 夏至、处暑、霜降三个节气日影子长之和为 16.5 尺, 这十二节气的所有日影子长之和为 84 尺, 则夏至的日影子长为

- A. 0.5 尺 B. 1 尺 C. 1.5 尺 D. 2 尺

5. 下列说法中正确的个数是

- ① 某校共有女生 2021 人, 用简单随机抽样的方法先剔除 21 人, 再按简单随机抽样的方法抽取为 200 人, 则每个女生被抽到的概率为 $\frac{1}{10}$;
- ② 设有一个回归方程 $\hat{y} = 3 - 5x$, 变量 x 增加 1 个单位时, y 平均增加 5 个单位;
- ③ 将一组数据中的每一个数据都加上或减去同一个常数后, 方差不变;



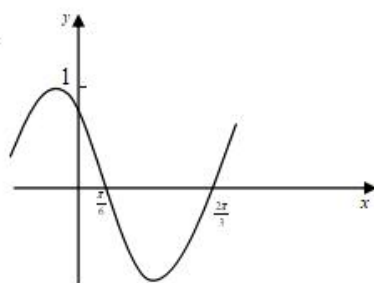
④具有线性相关关系的两个变量 x, y 的相关系数为 r 。则 $|r|$ 越接近于 0, x, y 之间的线性相关程度越高;

⑤在一个 2×2 列联表中, 由计算得出 $K^2 = 20.21$, 而 $P(K^2 \geq 10.828) \approx 0.001$, 则在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为这两个变量之间有相关关系

A.1 B.2 C.3 D.4

6. 右图是函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像, 则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) =$

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. -1



7. 已知抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 过 F 的直线与抛物线交于 A, B 两点, 点 M 在线段 AB 上, 点 C 在 OM 的延长线上, 且 $|MC| = 3|OM|$ 。则 $\triangle ABC$ 面积的最小值为

A.8 B.16 C.24 D.32

8. 设 $a = 2\sqrt{e}$, $b = \frac{2}{\ln 2}$, $c = \frac{e^2}{4 - \ln 4}$, 则

A. $c < a < b$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < b < a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $(1+x)^6 = a_0 + a_1(1-x) + a_2(1-x)^2 + \dots + a_6(1-x)^6$, 则下列选项正确的有

A. $a_0 = 1$ B. $a_6 = 1$
C. $a_0 + a_1 + \dots + a_6 = 64$ D. $a_1 + a_3 + a_5 = -364$

10. 设 $m \in R$, 过定点 A 的动直线 $l_1: x + my = 0$, 和过定点 B 的动直线 $l_2: mx - y - m + 3 = 0$ 交于点 P , 圆

$C: (x-2)^2 + (y-4)^2 = 3$, 则下列说法正确的有

A. 直线 l_2 过定点 $(1, 3)$ B. 直线 l_2 与圆 C 相交最短弦长为 2
C. 动点 P 的曲线与圆 C 相交 D. $|PA| + |PB|$ 最大值为 5

11. 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, $AB = AC = AA_1 = 1$, 点 D 是线段 BC_1 上的动点 (不含端点), 则以下正确的有

A. $AC \parallel$ 平面 A_1BD B. 三棱锥 $A_1 - ABC$ 的外接球的表面积为 12π



C. $AD + DC$ 的最小值为 $\sqrt{3}$ D. $\angle ADC$ 一定是锐角

12. 已知函数 $f(x) = x \sin x$, $x \in \mathbb{R}$ 则下列说法正确的有

A. $f(x)$ 是偶函数

B. 过 $(0,0)$ 作 $y = f(x)$ 的切线, 有且仅有 3 条

C. $f(x)$ 在区间 $(0, 3\pi)$ 内有 2 个极大值点和 1 个极小值点

D. $f(x)$ 任意两极值点的差大于 π

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 若复数 $z = \frac{2-i}{1+2i}$, 则 $|z| =$ _____

14. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ _____

15. 高考期间, 某校高三年级租用大巴车送考, 原则上每班一辆车, 但由于高三(1)班人数较多, 坐满一辆车之后还余下 7 位同学, 现有高三(2)、(3)、(4)班的选考车辆分别剩余 2, 3, 3 个空位, 要把这 7 位同学都安排到这三辆车中, 则共有多少种不同的安排方法 _____

16. 已知点 P, Q 是椭圆上 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两点, 且线段 PQ 恰为 $x^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 的一条直径, 点 P 关于 x 轴的对称点为 A , 设 $\overrightarrow{PD} = \frac{3}{5} \overrightarrow{PA}$, 直线 QD 与椭圆 C 的另一个交点为 B , 且直线 PQ, PB 斜率之积为 $-\frac{1}{2}$, 则椭圆 C 的离心率 e 为 _____

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 把解答过程写在答题卡相应位置上.

17. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 点 $(n, S_n) (n \in \mathbb{N}^*)$ 均在函数 $f(x) = 3x^2 - 2x$ 的图象上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{3}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18.(12分) 从条件① $\sqrt{3}b \cos \frac{B+C}{2} = a \sin B$, ② $\sqrt{3}a \sin B = 3b \cos A$ 中任选一个, 补充在下面横线上, 然后解答

下列问题, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 6$, $\cos B = \frac{\sqrt{6}}{3}$

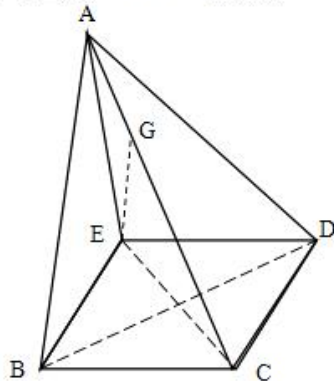
(1) 求 AC 的长;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19.(12分) 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ$, $AC = 8\sqrt{3}$, $BC = CD = 8$, 设顶点 A 在底面 BCD 上的射影为 E .

(1) 求证: $CE \perp BD$;

(2) 设 G 为棱 AC 上的一点, 且二面角 $C-EG-D$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$, 求三棱锥 $G-ECD$ 的体积.



20.(12分) 欧洲足球锦标赛, 也称欧洲杯, 是一项由欧足联举办, 欧洲足协成员国间参加的最高级别国家级足球赛事: 欧洲杯决赛圈比赛将首先进行小组赛, 24支球队被分为6个小组, 每个小组4支球队, 小组采取单循环得分制比赛(任意两队只打一场), 赢一场得3分, 平一场得1分, 负一场得0分, 每个小组的前两名(若出现积分相同, 则比较两队相互间战绩, 若还无法确定出线球队, 则需比较小组赛全部比赛的净胜球数、进球数决定出线席位)。2021年欧洲杯分组中F组的四支队伍最引人注目, 他们分别是葡萄牙队、法国队、德国队、匈牙利队, 由于四支队伍实力强劲, F组也被称为“死亡之组”。假设四支队伍任意两队之间胜、平、负的概率都为 $\frac{1}{3}$

(1)记葡萄牙队小组最后得分为随机变量 X , 求 X 的分布列与期望;

(2)假设德国队能得9分的情况下, 求葡萄牙队能够以小组第二晋级(不需要比较相互战绩和净胜球)的概率。

21.(12分) 设椭圆 E 方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 椭圆 E 的短轴长为2, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1)求椭圆 E 的方程;

(2)设 A 、 B 分别为椭圆 E 的左、右顶点, 过定点 $T(1, 0)$ 的直线与椭圆 E 交于 C 、 D 两点, 证明: 直线 AC , BD 的交点在定直线上。

22.(12分) 已知 $x = 0$ 为函数 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ax^2 - x$ 的极大值点

(1)求 a 的取值范围;

(2)设 x_0 为 $f(x)$ 的极小值点, 证明: $f(x_0) < 1 - \frac{x_0 - \sin x_0}{2}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》