2022/2023 学年度第二学期高二年级期终考试

数 学 试 题

（总分 150 分，考试时间 120 分钟）

注意事项：

1．本试卷考试时间为 120 分钟，试卷满分 150 分，考试形式闭卷．

2．本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分．

3．答题前，务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上．

一、单选题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，计 40 分．每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的，请在答题卡的指定位置填涂答案选项．）

1．如果随机变量 $X\sim B(3,\frac{1}{3})$，那么 $E(X)$ 等于

A．$\frac{2}{3}$　　B．1　　C．2　　D．3

2．为了解双减政策的执行情况，某地教育主管部门安排甲、乙、丙三个人到两所学校进行调研，每个学校至少安排一人，则不同的安排方法有

A．6 种　　B．8 种　　C．9 种　　D．12 种

3．把红、黑、白、蓝 4 张纸牌随机地分给甲、乙 2 个人，每个人分得 2 张，事件“甲分得红牌和蓝牌”与“乙分得红牌和黑牌”是

A．对立事件　　B．不可能事件

C．互斥但不对立事件　　D．以上均不对

4. 若$\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x}\right)^4$的二项展开式中常数项为

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 6

5. 若抛物线$y^2=4x$上的一点M到坐标原点O的距离为$\sqrt{5}$，则点M到该抛物线焦点的距离为

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 某班经典阅读小组有5名成员，暑假期间他们每个人阅读的书本数分别如下：3，5，4，2，1，则这组数据的上四分位数为

A. 2　　B. 3　　C. 3．5　　D. 4

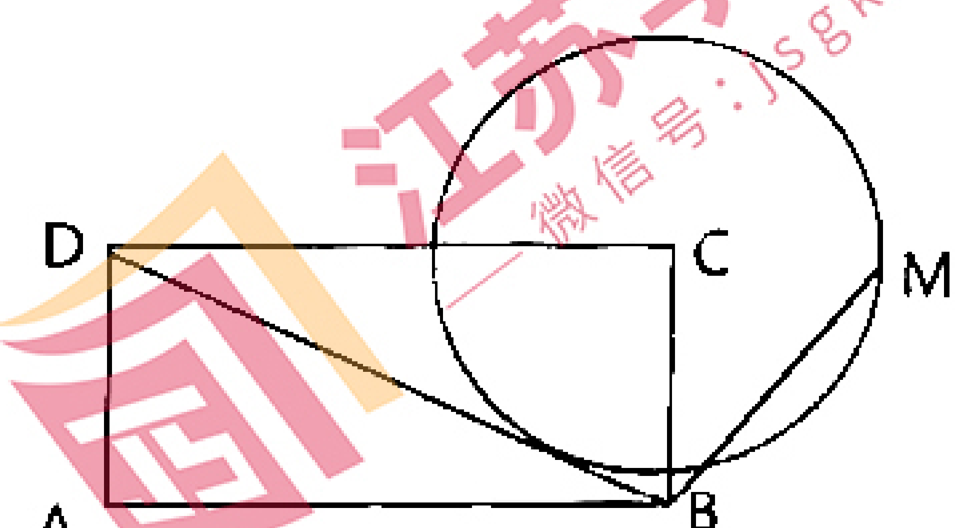
7. 在坐标平面内，与点A（1，2）距离为3，且与点B（3，2）距离为1的直线共有

A. 1条　　B. 2条　　C. 3条　　D. 4条

8. 如图所示，在矩形ABCD中，AB = 2BC = 4，动点M在以点C为圆心且与BD相切的圆上，则$\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BD}$的最大值是

A. -4　　B. -1

C. 1　　D. 12



(第8题图)

二、多选题：(本大题共4小题，每小题5分，计20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分，请在答题卡的指定位置填涂答案选项．)

9. 下列关于双曲线Γ：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的判断，正确的是

A. 顶点坐标为$(\pm 2,0)$　　　　B. 焦点坐标为$(\pm\sqrt{3},0)$

C. 实轴长为4　　　　D. 渐近线方程为$x \pm 2y = 0$

10. 已知函数$f(x)=(x^2-4x+1)e^x$，则函数$f(x)$在下列区间上单调递增的有

A. $(-1,0)$　　　　B. $(-2,-1)$

C. $(-1,3)$　　　　D. $(3,4)$

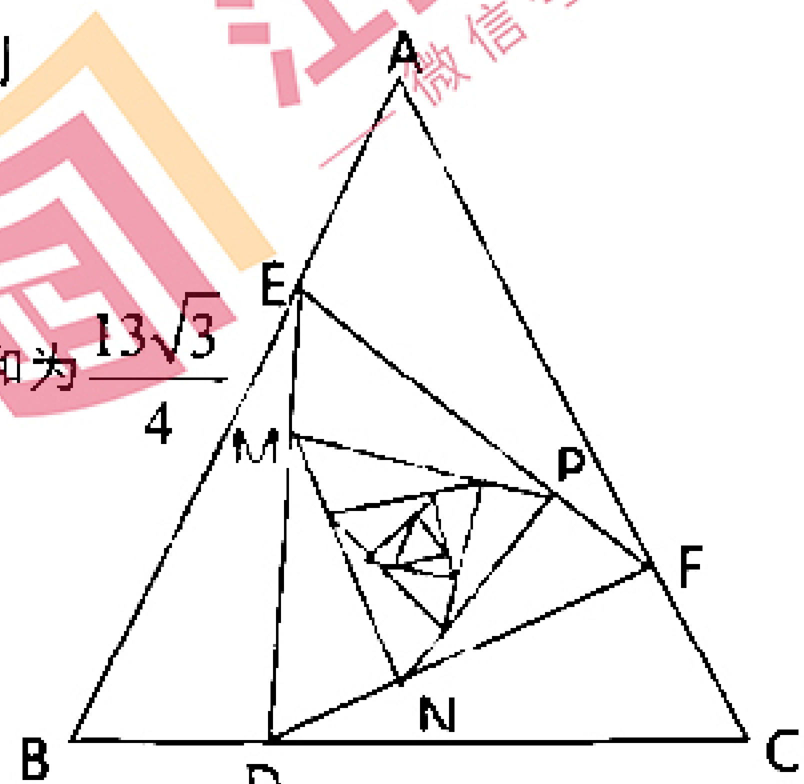
11. 如图，已知正三角形ABC的边长为3，取正三角形ABC各边的三等分点D，E，F作第二个正三角形，然后再取正三角形DEF的各边的三等分点M，N，P作正三角形，以此方法一直循环下去．设正三角形ABC的边长为a_1，后续各正三角形的边长依次为a_2，a_3，$\cdots$，a_n；设ΔAEF的面积为b_1，ΔEMP的面积为b_2，后续各三角形的面积依次为b_3，$\cdots$，b_n，则下列选项正确的是

A. 数列$\{a_n\}$是以3为首项，$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$为公比的等比数列

B. 从正三角形ABC开始，连续3个正三角形面积之和为$\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$

C. 使得不等式$b_n > \dfrac{1}{36}$成立的n最大值为3

D. 数列$\{b_n\}$的前n项和$S_n < \dfrac{3}{2}$



(第 11 题图)

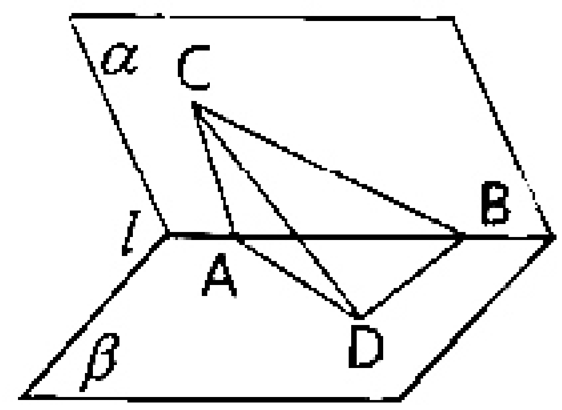
12．如图，已知二面角$\alpha-l-\beta$的棱l上有A,B两点，$C\in\alpha,AC\perp l,D\in\beta,BD\perp l$，且$AC=AB=BD=1$，则下列说法正确的是

A．当二面角$\alpha-l-\beta$的大小为60^0时，直线AB与CD所成角为45^0

B．当二面角$\alpha-l-\beta$的大小为60^0时，直线CD与平面β所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

C．若$CD=\sqrt{2}$，则二面角$C-BD-A$的余弦值为$\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

D．若$CD=\sqrt{2}$，则四面体$ABCD$外接球的表面积为$\dfrac{7}{3}\pi$



（第 12 题图）

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，计 20 分．不需写出解答过程，请把答案写在答题卡的指定位置上)

13．已知x,y的取值如下表所示，从散点图分析可知y与x线性相关，如果线性回归方程为$\hat{y}=0.95x+2.6$，那么表格中的数据m的值为____▲____．

x	0	1	3	4
y	m	4.3	4.8	6.7

14．设双曲线 C：$x^2-y^2=1$，焦点为F_1,F_2，坐标原点为O，P为C上任意一点，则$\dfrac{PO^2}{PF_1\cdot PF_2}=$____▲____．

15．已知函数$f(x)=ae^x-\dfrac{1}{2}x^2(a\in R)$，若函数$f(x)$有两个极值点$x_1,x_2$且$x_2\geq 3x_1$，则实数$a$取值范围为____▲____．

16．某射手射击三次，记事件$A_i=$“第 i 次命中目标”$(i=1,2,3)$，$P(A_1)=\dfrac{1}{6}$，$\dfrac{P(A_{i+1}|A_i)}{P(A_i)}=3$，$P(A_{i+1}|\overline{A_i})=\dfrac{1}{4}(i=1,2)$，则$P(A_3)=$____▲____．

四、解答题(本大题共 6 小题，计 70 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤，请把答案写在答题卡的指定区域内)

17．(本小题满分 10 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3^n}(n\in N^*)$．

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $b_n=2n-\log_3 a_n^2$，数列 $\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 s_n，求证：$s_n<1$．

18．(本小题满分 12 分)

某中学对 50 名学生的性别与主动预习的情况进行调查，得到的统计数据如表所示，

	主动预习	不太主动预习	总计
男	18	7	25
女	6	19	25
总计	24	26	50

(1)判断是否有 99%的把握认为“主动预习”与性别有关?

(2)现从抽取的“主动预习”的学生中，按性别采用分层抽样的方法抽取 4 人参加奥数闯关比赛，已知其中男、女学生独立闯关成功的概率分别为$\dfrac{4}{5},\dfrac{3}{4}$，在恰有两人闯关成功的条件下，求有女生闯关成功的概率.

参考数据与公式:

$P(K^2\geq k)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

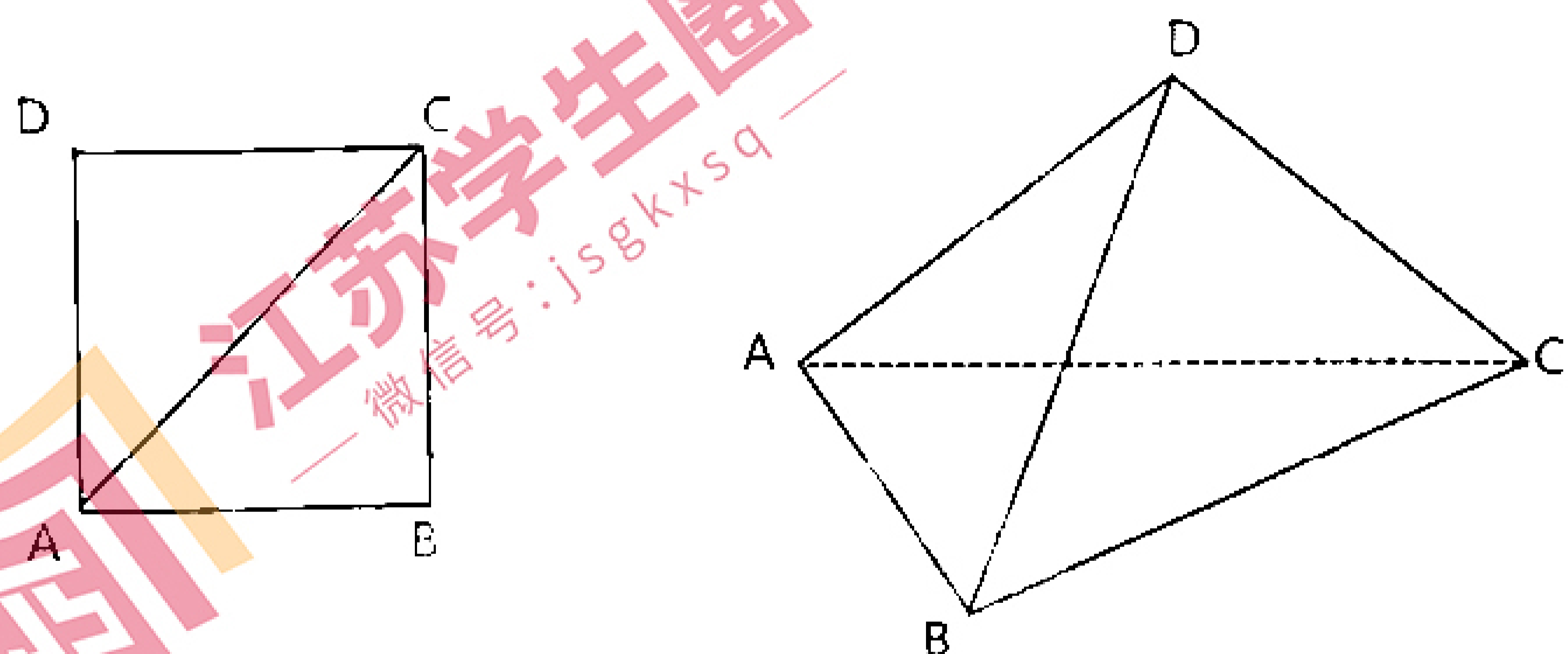
$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

19．(本小题满分 12 分)

已知正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2}$，将 ΔADC 沿对角线 AC 翻折，使得平面 $DAC\perp$ 平面 ABC，得到三棱锥 $D-ABC$．

(1)求 AB 与 CD 所成角的余弦值；

(2)求二面角 $A-DB-C$ 的余弦值．



第 19 题图

20．(本小题满分 12 分)

在学校校本研究活动中，数学兴趣小组开展了一个特别的投骰子游戏．如果学生投中 1 或 6 得 2 分，并且可以继续下一次投骰子；如果投中 2 或 5 得 1 分，也可以继续下一次投骰子；如果投中 3 或 4 得 0 分且游戏结束．但投骰子的次数最多不超过 3 次．用 X 表示游戏结束时学生累计获得的分数．

(1) 求学生获得 2 分的概率；

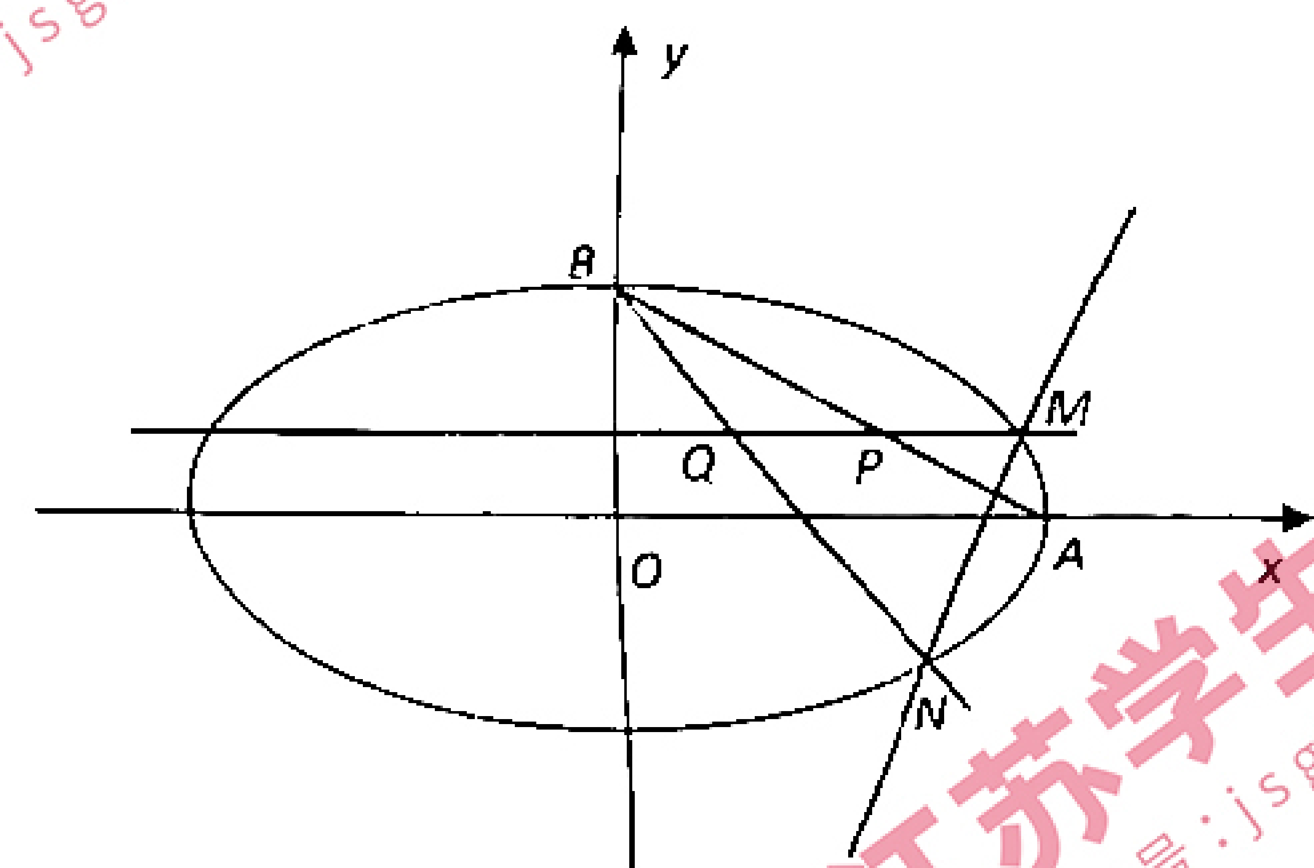
(2) 求 X 的分布列及数学期望．

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，记 E 的右顶点和上顶点分别为 A，B，ΔOAB 的面积为 1（O 为坐标原点）.

(1)求 E 的方程；

(2)点 P 在线段 AB 上运动，过点 P 垂直于 y 轴的直线 l 交 E 于点 M(点 M 在第一象限)，且 $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PQ}$，设直线 BQ 与 E 的另一个交点为 N，证明：直线 MN 过定点.



第 21 题

22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln(x-\frac{\pi}{4})+\sin x$，其中 a 为实数.

(1)若 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$ 上单调递增，求 a 的取值范围；

(2)求证：对任意的实数 a，方程 $f(x)=\cos x$ 均有解.