银川市2023年普通高中学科教学质量检测
理科数学

考生作答时，将答案答在答题卡上，在本试卷上答题无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1．答题前，考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，认真核对条形码上的姓名、准考证号，并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上。

2．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案的标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．考生必须按照题号在答题卡各题号相对应的答题区域内（黑色线框）作答，写在草稿纸上、超出答题区域或非题号对应的答题区域的答案一律无效。

4．保持卡面清洁，不折叠，不破损。

5．做选考题时，考生按照题目要求作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设全集$U=R$，集合$A=\left\{x\middle|x\in\mathbf{N}^*且x\le5\right\}$，$B=\left\{x\middle|(x+1)(x-3)>0\right\}$，则$A\cap C_UB=$（　　）

A．$\{1,2\}$　　B．$\{0,1,2\}$　　C．$\{1,2,3\}$　　D．$\{0,1,2,3\}$

2．在复平面内，已知复数$z_1=1-i$对应的向量为$\overrightarrow{OZ_1}$，现将向量$\overrightarrow{OZ_1}$绕点O逆时针旋转90°，并将其长度变为原来的2倍得到向量$\overrightarrow{OZ_2}$，设$\overrightarrow{OZ_2}$对应的复数为z_2，则$\dfrac{z_2}{z_1}=$（　　）

A．$2i$　　B．$2\sqrt{2}i$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

3．$a>b$的一个充要条件是（　　）

A．$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　B．$ac^2>bc^2$

C．$\log_2a>\log_2b$　　D．$1.7^a>1.7^b$

4．已知函数$f(x)=1-\dfrac{2}{2^x+1}$，则（　　）

A．$f(x)$是偶函数且是增函数　　B．$f(x)$是偶函数且是减函数

C．$f(x)$是奇函数且是增函数　　D．$f(x)$是奇函数且是减函数

5．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E为DD_1中点，O是AC与BD的交点，以下命题中正确的是（　　）

A．BC_1//平面AEC　　B．$B_1O\perp$平面AEC

C．$DB_1\perp$平面AEC　　D．直线A_1B与直线AE所成的角是60°

6．在△ABC中，$\angle C=90^\circ$，$AC=2BC$，D是AC边的中点，点E满足$\overrightarrow{BE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}$，则$\overrightarrow{CE}$与$\overrightarrow{BD}$的夹角为（　　）

A．60°　　B．75°　　C．90°　　D．120°

7．在平面直角坐标系中，角α的顶点与原点重合，始边与x轴的非负半轴重合，现将角α的终边绕原点O

逆时针方向旋转$\dfrac{\pi}{6}$与单位圆交点的纵坐标为$\dfrac{3}{5}$，则$\cos\left(2\alpha-\dfrac{2\pi}{3}\right)=$（　　）

A．$-\dfrac{7}{25}$　　B．$\dfrac{7}{25}$　　C．$-\dfrac{18}{25}$　　D．$\dfrac{18}{25}$

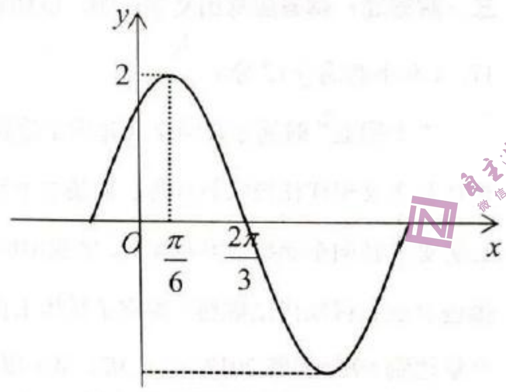
8．已知圆锥SO，其侧面展开图是半圆，过SO上一点P作平行于圆锥底面的截面，以截面为上底面作圆柱PO，圆柱的下底面落在圆锥的底面上，且圆柱PO的侧面积与圆锥SO的侧面积的比为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则圆柱PO的体积与圆锥SO的体积的比为（　　）

A．$\dfrac{3}{8}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{5}{8}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

9．泊松分布是一种描述随机现象的概率分布，在经济生活、事故预测、生物学、物理学等领域有广泛的应用，泊松分布的概率分布列为$P\left(x=K\right)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}\left(k=0,1,2,\cdots\right)$，其中$e$为自然对数的底数，$\lambda$是泊松分布的均值．当$n$很大且$p$很小时，二项分布近似于泊松分布，其中$\lambda=np$．一般地，当$n\geq 20$而$p\leq 0.05$时，泊松分布可作为二项分布的近似．若随机变量$X\sim B\left(1000,0.001\right)$，$P\left(X\geq 2\right)$的近似值为（　　）

A．$1-\dfrac{1}{e}$　　B．$1-\dfrac{2}{e}$　　C．$1-\dfrac{e}{4}$　　D．$1-\dfrac{1}{e^2}$

10．已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，将$f(x)$图象上所有点的横坐标缩小到原来的$\dfrac{1}{2}$倍（纵坐标不变），再将图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度得到函数$g(x)$的图象，则下列判断正确的是（　　）



A．$g(x)$的最小正周期为4π

B．$g(x)$的图象关于直线$x=\dfrac{2\pi}{3}$对称

C．$g(x)$在区间$\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{6}\right]$上单调递增

D．$g(x)$在区间$\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$\sqrt{3}$

11．已知抛物线$C:y^2=4x$的焦点为F，过原点O作斜率为$k\left(k>0\right)$的直线交C于点A，取OA的中点B，

过点 B 作斜率为 $-k$ 的直线 l 交 x 轴于点 D，则 $|AF|-|OD|=$（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．4　　　　D．与 k 值有关

12．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(1+x)+f(1-x)=2$，$f(2+x)=f(2-x)$，$f(x)$ 在 $[0,1]$ 单调递减，则不等式 $f(\frac{1}{2}x-1)<1$ 在区间 $[-8,8]$ 所有整数解的和为（　　）

A．10　　　　B．12　　　　C．14　　　　D．16

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分．第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答．第 22 题～第 23 题为选考题，考生根据要求做答．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．

13．点 $F(c,0)$ 是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，圆 $F:(x-c)^2+y^2=a^2$ 与双曲线 C 的一条渐近线交于 A、B，若△ABF 为直角三角形，则双曲线的离心率为________．

14．在△ABC 中，$\angle BAC=120°$，$AB=2$，$BC=2\sqrt{7}$，D 为 BC 边上一点，且 $AB\perp AD$，则△ABD 的面积等于________．

15．某校在“校园艺术周”活动中，安排了同时进行的演讲、唱歌、跳舞三项比赛，现准备从包括甲在内的五名同学中随机选派三名同学分别参加三项比赛，则甲不能参加演讲比赛的概率为________．

16．关于 x 的不等式 $a^x\geq\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是________．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 12 分）

“十四五”时期是我国全面建成小康社会、实现第一个百年奋斗目标之后，开启全面建设社会主义现代化国家新征程、向第二个百年奋斗目标进军的第一个五年．“三农”工作重心历史性转向全面推进乡村振兴，加快中国特色农业农村现代化进程．国务院印发《“十四五”推进农业农村现代化规划》制定了具体工作方案和工作目标，提出到 2025 年全国水产品年产量达到 6900 万吨．2018 年至 2021 年全国水产品年产量 y（单位：千万吨）的数据如下表：

年份	2018	2019	2020	2021
年份代号 x	1	2	3	4
年产量 y	6.46	6.48	6.55	6.69

（1）求 y 关于 x 的线性回归方程，并预测 2025 年水产品年产量能否实现目标；

（2）为了系统规划渔业科技推广工作，研究人员收集了 2019 年全国 32 个地区（含中农发集团）渔业产量、渔业从业人员、渔业科技推广人员的数据，渔业年产量超过 90 万吨的地区有 14 个，有渔业科技推广人员高配比（配比＝渔业科技推广人员总数:渔业从业人员总数）的地区有 16 个，其中年产量超过 90 万吨且高配比的地区有 4 个，能否有 95%的把握认为“渔业科技推广人员配比和年产量”有关系．

附：对于一组数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，其回归直线 $\hat{y}=\hat{\beta}x+\hat{\alpha}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{\alpha}=\overline{y}-\hat{\beta}\overline{x}$，$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geq k)$	0.050	0.010	0.001

k	3.841	6.635	10.828

参考数据 $\overline{y}=6.545$　　$\sum_{i=1}^{4}x_i y_i=65.83$

18．（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+3a_2+3^2a_3+\cdots+3^{n-1}a_n=n\cdot 3^n$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式及前 n 项和S_n；

（2）若________，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和T_n．

在①$b_n=\dfrac{S_n}{n}+2^{a_n}$，②$b_n=\dfrac{1}{S_n}$，③$b_n=(a_n-1)\cdot 2^{n-1}$这三个条件中任是一个补充在第（2）问中，并求解．

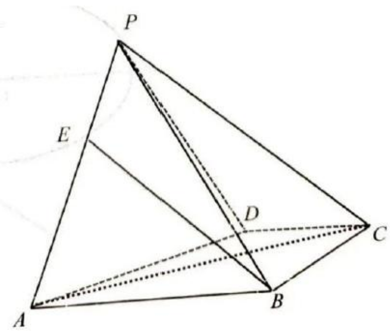
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

19．（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，已知$PA=PC$，$AB=BC$．

（1）求证：$PB\perp AC$；

（2）若平面$PCD\perp$平面$ABCD$，$AB//CD$，且$AB=2CD=2$，$\angle ABC=90°$，二面角$P-BC-D$大小为$45°$，点 E 是线段 AP 上的动点，求直线 EB 与平面 PAD 所成角的正弦值的最小值，并说明此时点 E 的位置．



20．（本小题满分 12 分）

$f(x)=\dfrac{1}{2}ax^2+\ln x-(a+1)x$．

（1）当$a=-4$时，求$f(x)$的单调区间与极值；

（2）当$a>0$时，设$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，若$g(x)$既有极大值又有极小值，求 a 的取值范围．

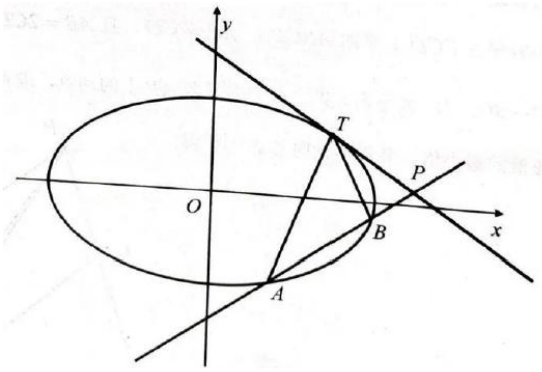
21．（本小题满分 12 分）

已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点与短轴的一个端点是直角三角形的三个顶点，且椭圆 E 过$T(2,1)$，直线$l:y=x+m$与椭圆 E 交于 A、B．

（1）求椭圆 E 的标准方程；

（2）设直线 TA、TB 的斜率分别为k_1，k_2，证明：$k_1+k_2=0$；

（3）直线l'是过点 T 的椭圆 E 的切线，且与直线 l 交于点 P，定义$\angle PTB$为椭圆 E 的弦切角，$\angle PAB$为弦 TB 对应的椭圆周角，探究椭圆 E 的弦切角$\angle PTB$与弦 TB 对应的椭圆周角$\angle TAB$的关系，并证明你的论．



请考生在第 22-23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．选修 4—4：坐标系与参数方程（本小题满分 10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=1+\dfrac{1}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 是以 $(2,\dfrac{\pi}{2})$ 为圆心，且过点 $M(2\sqrt{3},\dfrac{2\pi}{3})$ 的圆．

（1）求曲线 C 的极坐标方程与直线 l 的普通方程；

（2）直线 l 过点 $P(1,1)$ 且与曲线 C 交于 A，B 两点，求 $|PA|^2+|PB|^2$ 的值．

23．选修 4—5：不等式选讲（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|-2|x-1|$．

（1）求不等式 $f(x)\ge -3$ 的解集；

（2）若 $a,b\in(-\infty,1]$ 且满足 $f(a)>f(b)$，记 c 是 $f(x)$ 的最大值，证明：$2a+\dfrac{1}{(a-b)^2}\ge c+2b$．