

准考证号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(在此卷上答题无效)

保密★启用前

泉州市 2020 届高三毕业班适应性线上测试（一）

理科数学

本试卷共 23 题，满分 150 分，共 5 页。考试时间 120 分钟。

注意事项：1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写在答题卡上。

2. 选择题请按本校老师规定的方式作答。非选择题及使用钉钉平台阅卷的多项选择题，请自行打印答题卡，按照题号顺序在各题目的答题区域内（黑色线框）作答，超出答题区域书写的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。没有条件自行打印的，请在空白纸上模仿答题卡自行画定答题区域，标明题号，并在相应区域内答题，超出答题区域书写的答案无效。
3. 答题完毕，请按学校布置的要求，用手机拍照答案并上传到指定的地方，要注意照片的清晰，不要多拍、漏拍。

一、单项选择题：本题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ ， $B = \{x | x - 2 \geq 0\}$ ，则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$

- A.  $\{x | 0 < x \leq 2\}$       B.  $\{x | 0 < x < 2\}$       C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$       D.  $\{x | 0 < x < 3\}$

2. 设复数  $z = \frac{(1+i)^2}{1-2i}$ ，则  $|z| =$

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       B.  $\frac{2}{5}$       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{4}{3}$

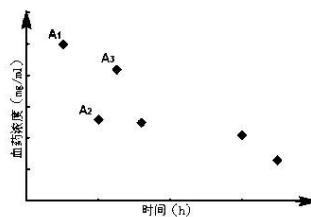
3. 下图为服用同等剂量的三种新药后血药浓度（mg/ml）的变化情况，其中点  $A_i$  的横坐标表示服用第  $i$

种药后血药浓度达峰（最高浓度）时间，其它点的横坐标分别表示服用三种新药后血药浓度首次降到峰值一半时所用的时间（单位：h），点  $A_i$  的纵坐标表示第  $i$  种药的血药浓度的峰值

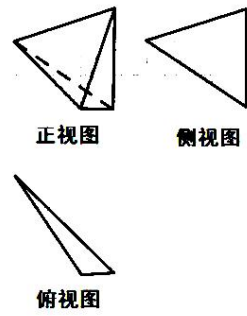
（ $i = 1, 2, 3$ ）。记  $V_i$  为服用第  $i$  种药后达到血药浓度峰值时，血药

浓度提高的平均速度，记  $T_i$  为服用第  $i$  种药后血药浓度从峰值首

次降到峰值的一半所用的时间，则  $V_1, V_2, V_3$  中最小的， $T_1, T_2, T_3$  中最大的分别是

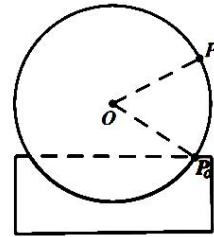


- A.  $V_2, T_3$                       B.  $V_2, T_2$                       C.  $V_1, T_3$                       D.  $V_1, T_2$
4. 已知  $\{a_n\}$  是公差为 3 的等差数列. 若  $a_1, a_2, a_4$  成等比数列, 则  $\{a_n\}$  的前 10 项和  $S_{10} =$
- A. 165                      B. 138                      C. 60                      D. 30
5. 若  $(2x+1)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + a_3(x+1)^3 + a_4(x+1)^4 + a_5(x+1)^5$ , 则  $a_4 =$
- A. 10                      B. -10                      C. 80                      D. -80
6. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(2+x) = f(-x)$ , 且当  $x > 1$  时,  $f(x) = x^3$ , 则  $f(x)$  的图象在  $(0, f(0))$  处的切线方程为
- A.  $y = 12x + 8$                       B.  $y = -12x + 8$                       C.  $y = 12x - 8$                       D.  $y = -12x - 8$
7. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} |x+b|+2, & x > 0 \\ 3^x + 2b, & x \leq 0. \end{cases}$  若  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数, 则
- A.  $b \leq 0$                       B.  $b > 0$   
C.  $0 \leq b \leq 1$                       D.  $b \leq 1$
8. 如图, 网格纸上每个小正方形的边长均为 1, 粗线画出的是某棱锥的三视图, 则该棱锥的体积为
- A.  $\frac{3}{2}$                       B. 3  
C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{4}{3}$
9. 我国南宋著名数学家秦九韶发现了由三角形三边求三角形面积的“三斜求积”公式: 设  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 面积为  $S$ , 则“三斜求积”公式为  $S = \sqrt{\frac{1}{4}[a^2c^2 - (\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2})^2]}$ .
- 若  $\frac{\sin C}{\sin A} = \frac{c^2}{5}$ , 且  $(a+b-c)(a-b-c) + 4 = 0$ , 则利用“三斜求积”公式可得  $\triangle ABC$  的面积  $S =$
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       B. 2                      C. 4                      D.  $\sqrt{3}$
10. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ , 斜率为  $-\frac{1}{8}$  的直线与  $E$  的左右两支分别交于  $A, B$  两点, 点  $P$  的坐标为  $(-1, 2)$ , 直线  $AP$  交  $E$  于另一点  $C$ , 直线  $BP$  交  $E$  于另一点  $D$ . 若直线  $CD$  的斜率为  $-\frac{1}{8}$ , 则  $E$  的离心率为
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$                       B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\frac{5}{2}$



二、多项选择题：本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。不选或选出的选项中含有错误选项得 0 分，只选出部分正确选项得 3 分，选出全部正确选项得 5 分。

11. 如图，一个水轮的半径为 6m，水轮轴心  $O$  距离水面的高度为 3m，已知水轮按逆时针匀速转动，每分钟转动 5 圈，当水轮上点  $P$  从水中浮现时的起始（图中点  $P_0$ ）开始计时，记  $f(t)$  为点  $P$  距离水面的高度关于时间  $t$ (s) 的函数，则下列结论正确的是



- A.  $f(3)=9$
- B.  $f(1)=f(7)$
- C. 若  $f(t) \geq 6$ ，则  $t \in [2+12k, 5+12k] (k \in \mathbf{N})$
- D. 不论  $t$  为何值， $f(t)+f(t+4)+f(t+8)$  是定值

12. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数， $f(1+x)=f(1-x)$ 。若  $f(1)=1$ ，则

- A.  $f(x)$  是周期函数
- B. 当  $n$  为偶数时， $f(n)=0$
- C.  $f(1)+2^2 f(2)+3^2 f(3)+\dots+6^2 f(6)=16$
- D.  $f(1)+2^2 f(2)+3^2 f(3)+\dots+(4n+2)^2 f(4n+2)=8n^2+8n+1$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在答题卡的相应位置。

13. 已知向量  $\mathbf{a}=(1,1)$ ， $\mathbf{b}=(2,1)$ ，若  $(\lambda\mathbf{a}-\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a}+\mathbf{b})$ ，则  $\lambda=$ \_\_\_\_\_。

14. 已知数列  $\{a_n\}$  的各项均为正数，且  $\frac{a_{n+1}^2}{a_n} = 6a_n + a_{n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则  $\frac{a_4+a_7}{a_2+a_5} =$ \_\_\_\_\_。

15. 已知  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的准线  $l$  与  $x$  轴交于点  $A$ ，点  $B, P$  在  $C$  上， $\triangle ABP$  是面积为 2 的等腰直角三角形，则  $C$  的方程为\_\_\_\_\_， $\frac{|PF|}{|PA|}$  的最小值为\_\_\_\_\_。（本题第一空 2 分，第二空 3 分）

16. 已知三棱锥  $P-ABC$  中，平面  $PAB \perp$  平面  $ABC$ ， $\angle PAB = 30^\circ$ ， $AB = 6$ ， $PA = 3\sqrt{3}$ ， $CA + CB = 10$ 。设直线  $PC$  与平面  $ABC$  所成的角为  $\theta$ ，则  $\tan \theta$  的最大值为\_\_\_\_\_。

四、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

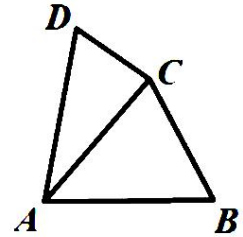
17. (12 分)

如图，已知在平面四边形  $ABCD$  中， $\angle CAB = \alpha$ ， $\angle ABC = \beta$ ， $\angle ACB = \gamma$ ，

且  $\cos \gamma (\sin \alpha + \sin \beta) = \sin \gamma (2 - \cos \alpha - \cos \beta)$ 。

(1) 证明： $CA + CB = 2AB$ ；

(2) 若  $CA = CB$ ， $DA = 2DC = 1$ ，求四边形  $ABCD$  的面积取值范围。



18. (12 分)

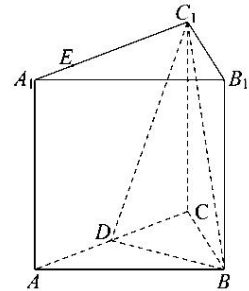
如图，正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的所有棱长都为 4， $D$  是  $AC$  的中点， $E$  在  $A_1C_1$  边上， $EC_1 = 3A_1E$ 。

(1) 证明：平面  $BC_1D \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ；

(2) 设侧面  $ABB_1A_1$  上的动点  $F$ ，满足  $EF \parallel$  平面  $BC_1D$ 。

①请在答题卡的图形中作出点  $F$  的轨迹草图，并指出该轨迹的形状（不需要说明理由）；

②求二面角  $C_1 - BD - F$  的余弦值的最大值。



19. (12 分)

设椭圆  $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的右焦点为  $F$ ，过  $F$  的直线  $l$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点。

(1) 若  $\overline{AF} = 2\overline{FB}$ ，求  $l$  的方程；

(2) 设过点  $A$  作  $x$  轴的垂线交  $C$  于另一点  $P$ ，若  $M$  是  $\triangle PAB$  的外心，证明： $\frac{|AB|}{|MF|}$  为定值。

20. (12分)

某游戏棋盘上标有第 $0, 1, 2, \dots, 100$ 站, 棋子开始位于第 $0$ 站, 选手抛掷均匀骰子进行游戏, 若掷出骰子向上的点数不大于 $4$ , 棋子向前跳出一站; 否则, 棋子向前跳出两站, 直到跳到第 $99$ 站或第 $100$ 站时, 游戏结束. 设游戏过程中棋子出现在第 $n$ 站的概率为 $P_n$ .

- (1) 当游戏开始时, 若抛掷均匀骰子 $3$ 次后, 求棋子所走站数之和 $X$ 的分布列与数学期望;
- (2) 证明:  $P_{n+1} + \frac{1}{3}P_n = P_n + \frac{1}{3}P_{n-1}$  ( $1 \leq n \leq 98$ );
- (3) 若最终棋子落在第 $99$ 站, 则记选手落败, 若最终棋子落在第 $100$ 站, 则记选手获胜. 请分析这个游戏是否公平.

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \frac{ax}{e^x} - x + \ln x$ .

- (1) 当  $a \geq -1$  时, 讨论  $f(x)$  的极值点个数;
- (2) 若  $x > 0$  时,  $f(x) \leq -e$ , 求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 4 - t, \\ y = kt \end{cases}$  ( $t$  为参数), 直线  $l_2$  的普通方程为

$y = \frac{1}{k}x$ , 设  $l_1$  与  $l_2$  的交点为  $P$ , 当  $k$  变化时, 记点  $P$  的轨迹为曲线  $C$ . 以  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求  $C$  的极坐标方程;
- (2) 已知点  $A, B$  在  $C$  上,  $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$ , 求  $\triangle AOB$  的面积的最大值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知关于  $x$  的不等式  $|x-2| + |3x-2| \geq a|x-1|$  的解集为  $\mathbf{R}$ .

- (1) 求  $a$  的最大值  $m$ ;
- (2) 在 (1) 的条件下, 若  $p > 1$ , 且  $pq - 2p - q = m - 2$ , 求  $p + q$  的最小值.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

福利：

- 1、关注后回复“答题模板”，即可获得高中 9 科答题模板资料
- 2、回复“清北华五”，即可获得清北华东五校特殊选拔考试模式及真题