

绝密★考试结束前

姓名		准考证号	
----	--	------	--

2023 年宝鸡市高考模拟检测 (三)

数学 (理科)

本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 其中第 II 卷解答题又分必考题和选考题两部分, 选考题为二选一. 考生作答时, 将所有答案写在答题卡上, 在本试卷上答题无效. 本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上.
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号; 非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性 (签字) 笔或碳素笔书写, 书写要工整、笔迹清楚, 将答案书写在答题卡规定的位置上.
3. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试卷上答题无效.

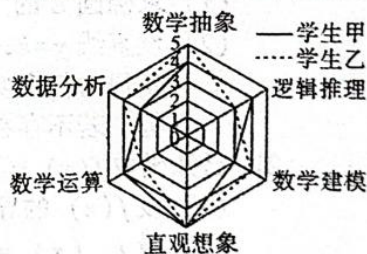
第 I 卷 (选择题共 60 分)

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x - y = -1\}$, 则 $A \cap B$ 等于 (★)

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{(2, 3)\}$ C. $\{x = 2, y = 3\}$ D. $(2, 3)$

2. 比较甲、乙两名学生的数学学科素养的各项能力指标值 (满分为 5 分, 分值高者为优), 绘制了如图所示的六维能力雷达图, 例如图中甲的数学抽象指标值为 4, 乙的数学抽象指标值为 5, 则下面叙述正确的是 (★)

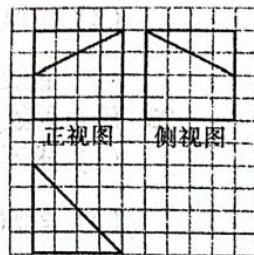


- A. 甲的逻辑推理能力指标值优于乙的逻辑推理能力指标值
- B. 甲的数学建模能力指标值优于乙的直观想象能力指标值
- C. 乙的六维能力指标值都优于甲的六维能力指标值
- D. 甲的数学运算能力指标值优于甲的直观想象能力指标值

3. 设 i 是虚数单位, 复数 \bar{z} 为复数 z 的共轭复数, 若满足 $(1-i)\bar{z} = 2$, 则复数 z 在复平面内对应的点在 (★)

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 如图, 网格纸上的小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图; 则该几何体的体积为 (★)



- A. 32 B. 16 C. $\frac{32}{3}$ D. $\frac{80}{3}$

5. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, e^x = 0.1$; 命题 q : 直线 $l_1: x - ay = 0$ 与 $l_2: 2x + ay - 1 = 0$ 相互垂直的充要条件为 $a = \sqrt{2}$, 则下列命题中为真命题的是 (★)

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \vee q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

6. 我国第一高楼上海中心大厦的阻尼器减震装置, 被称为“定楼神器”, 如图 1. 由物理学知识可知, 某阻尼器的运动过程可近似为单摆运动, 其离开平衡位置的位移 y (m) 和时间 t (s) 的函数关系为 $y = \sin(\omega t + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \pi$), 如图 2. 若该阻尼器在摆动过程中连续三次到达同一位置的时间分别为 t_1, t_2, t_3 ($0 < t_1 < t_2 < t_3$), 且 $t_1 + t_2 = 2, t_2 + t_3 = 5$, 则 1 分钟内阻尼器由其它位置摆动经过平衡位置的次数最多为 (★)



图1

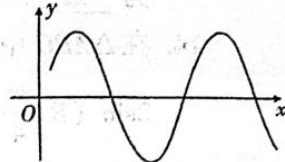


图2

- A. 19 B. 40 C. 20 D. 41

7. 已知 α, β 是空间两个不同的平面, m, n 是空间两条不同的直线, 则结论错误的 (★)

A. $m \perp \alpha, n \perp \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$ B. $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m // n$
C. $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$ D. $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m // n$

8. 若 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = 2$, 则 $\tan \frac{\alpha}{2}$ 等于 (★)

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. 《易经》是中国传统文化中的精髓, 如图是易经八卦图 (含乾、坤、巽、震、坎、离、艮、兑八卦), 每一卦由三根线组成 (—表示一根阳线, - -表示一根阴线), 从八卦中任取两卦, 这两卦的六根线中恰有 5 根阳线和 1 根阴线的概率为 (★)



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{28}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{14}$

10. 设 $a = \frac{10(3 - \ln 10)}{e^3}, b = \frac{1}{e}, c = \frac{\ln 4}{4}$, 则 a, b, c 的大小顺序为 (★)

- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ x \ln |x|, & x \neq 0 \end{cases}$, 则下列选项正确的是 (★)

- A. $f(x)$ 没有极值点
B. 当 $m \in (-1, 1)$ 时, 函数 $f(x)$ 图象与直线 $y = m$ 有三个公共点
C. 直线 $y = x - 1$ 是曲线 $y = f(x)$ 的切线
D. 点 $(1, 0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的对称中心

12. 已知 F_1, F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, C 的一条渐近线 l 的方程为 $y = \sqrt{3}x$, 且 F_1 到 l 的距离为 $3\sqrt{3}$, 点 P 为 C 在第一象限上的点, 点 Q 的坐标为 $(2, 0)$, PQ 为 $\angle F_1PF_2$ 的平分线. 则下列正确的是 (★)

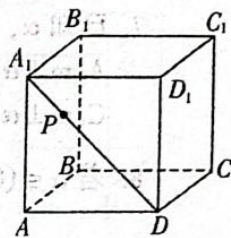
- A. 双曲线的方程为 $\frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$ B. $|PF_1| = 3|PF_2|$
C. $|OP| = 2\sqrt{6}$ D. $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $9\sqrt{15}$

第Ⅱ卷 (非选择题共 90 分)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, \sqrt{2})$, $\vec{b} = (\sqrt{3}, \sqrt{6})$, 则平面向量 \vec{b} 在向量 \vec{a} 方向上的投影为 ▲.
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 其中 $c=4$, 且满足 $\cos C = \sin C$, $2\sin(B + \frac{\pi}{4}) = c - 2\sqrt{3}\cos A$, 则边 a 等于 ▲.
15. 已知曲线 $y = ax^2 (a > 0)$ 在 $x=1$ 处的切线与曲线 $y = e^x$ 也相切, 则该切线的斜率 $k =$ ▲.
16. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 2, P 是线段 A_1D 上的一个动点, 则下列结论中正确的为 ▲

- ① BP 的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- ② 存在 P 点的某一位置, 使得 P, A, B_1, C 四点共面
- ③ $PA+PB$ 的最小值为 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$
- ④ 以点 B 为球心, $\sqrt{6}$ 为半径的球面与面 A_1DC_1 的交线长为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_6 = 3a_3 + 24$, 且 $S_7, \sqrt{7}a_4, 2a_2$ 成等比数列.
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设 $b_n = \frac{S_n \cdot 2^n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .
18. 党的二十大以来, 总书记指出, 要在教育‘双减’中做好科学教育加法, 激发青少年好奇心、想象力、探求欲, 培育具备科学家潜质、愿意献身科学研究事业的青少年群体. 某校从 2022 年起先后开发开设了机器人、航模、3D 创意造型、地球探险等科技类校本课程. 为调研学生对课程的满意度并不断改进科技教育, 该校从 2022 年 1 月到 10 月每两个月从全校 3000 名学生中随机抽取 150 名学生进行问卷调查, 统计数据如下表:

月份 x	2	4	6	8	10
满意人数 y	80	95	100	105	120

- (1) 由表中看出, 可用线性回归模型拟合满意人数 y 与月份 x 之间的关系, 求 y 关于 x 的回归直线方程 $\hat{y} = bx + \hat{a}$, 并预测 12 月份该校全体学生中对科技课程的满意人数;
- (2) 10 月份时, 该校为进一步深化科技教育改革, 了解不同性别的学生对科技课程是否满意, 经调研得如下统计表:

	满意	不满意	合计
男生	65	10	75
女生	55	20	75
合计	120	30	150

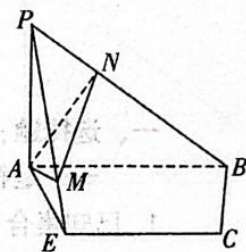
请根据上表判断是否有 95% 的把握认为该校的学生性别与对科技课程是否满意有关?

参考公式:
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$
 其中 $n = a+b+c+d$. $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 180$, $\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = 40$

19. 在四棱锥 $P-ABCE$ 中, $AB \parallel CE$, $AB \perp BC$, $AB=4$, $BC = \sqrt{3}$, $CE=3$, $PA \perp$ 平面 $ABCE$, PE 与平面 $ABCE$ 所成角为 60° , 又 $AM \perp PE$ 于 M , $AN \perp PB$ 于 N .



- (1) 证明: $PB \perp$ 平面 AMN ;
(2) 求二面角 $P-AM-N$ 的余弦值.

20. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 短轴长为 4.

- (1) 求椭圆 E 的方程;
(2) 设直线 $y = kx - 1$ ($k \in \mathbb{R}$) 与椭圆 E 交于 C, D 两点, 在 y 轴上是否存在定点 Q , 使得对任意实数 k , 直线 QC, QD 的斜率乘积为定值? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 说明理由.

21. 已知函数 $f(x) = (x^2 - 2x - 1)e^x - mx$, $g(x) = (-x^2 + 3x + 1)e^x + 2mx$, $m \in \mathbb{R}$.

- (1) 设 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 当 $f'(x)$ 有两个零点时, 求实数 m 的取值范围;
(2) 设 $h_1(x) = m(x^m + 1) \ln x + (m-1)x$, $h_2(x) = f(x) + g(x)$, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 若 $h_2(x) \geq h_1(x)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 若多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请先涂题号.

22. 已知点 $P(x, y)$ 在曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 上.

- (1) 求动点 $M(x+y, xy)$ 的轨迹 C 的参数方程, 并化为直角坐标方程;
(2) 过原点的直线 l 与 (1) 中的曲线 C 交于 A, B 两点, 且 $|OA| \cdot |OB| = \frac{17}{16}$, 求直线 l 的斜率.

23. 已知函数 $f(x) = |1-x| + 2|x+2|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \leq 9$ 的解集;
(2) 令 $f(x)$ 的最小值为 m , 若正实数 a, b, c 满足 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = m$, 求证: $a+b+c \geq 12$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

