濮阳市一高 2022 级高一下学期第四次质量检测

数学试卷参考答案

一、二、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	B	C	D	A	C	A	B	BD	AC	BC	AC

8．解析：$\because \cos A=2\sin\left(C-\dfrac{\pi}{6}\right)\cos B,\therefore \cos A=2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin C-\dfrac{1}{2}\cos C\right)\cos B$，

即 $\cos A=\sqrt{3}\sin C\cos B-\cos C\cos B$，

又 $A+B+C=\pi$ $\therefore \cos A=-\cos(B+C)=-\cos B\cos C+\sin B\sin C$，

$\therefore -\cos B\cos C+\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin C\cos B-\cos C\cos B$，

即 $\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin C\cos B$，

$\because \sin C\neq 0,\therefore \tan B=\dfrac{\sin B}{\cos B}=\sqrt{3}$，又 $B\in(0,\pi),\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.

由三角形内角和性质知：$\triangle ABC$ 内角均小于 120°，结合题设易知：P 点一定在三角形的内部，

再由余弦定理知，$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{2},\because b^2=(a-c)^2+6,\therefore ac=6$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}|PA|\cdot|PB|\sin\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{1}{2}|PB|\cdot|PC|\sin\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{1}{2}|PA|\cdot|PC|\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times 6\times\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore |PA|\cdot|PB|+|PB|\cdot|PC|+|PA|\cdot|PC|=6$.

由 $|PA|\cdot|PB|+|PB|\cdot|PC|+|PA|\cdot|PC|=6$ 等号左右两边同时乘以 $\cos\dfrac{2\pi}{3}$ 可得：

$|PA|\cdot|PB|\cos\dfrac{2\pi}{3}+|PB|\cdot|PC|\cos\dfrac{2\pi}{3}+|PA|\cdot|PC|\cos\dfrac{2\pi}{3}=6\times\cos\dfrac{2\pi}{3}$，

$\therefore \overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}=6\times\cos\dfrac{2\pi}{3}=-3$.

三、填空题

13．直角三角形　　14．$4\sqrt{2}$　　15．$8\sqrt{3}\pi$　　16．$\sqrt{13}$

四、解答题

17．解析：(1)$\because (0.002+0.004+0.014+0.020+0.035+a)\times 10=1$，

$\therefore a=0.025$． ……………………………………4 分

(2) 平均数为

$(45\times 0.002+55\times 0.004+65\times 0.014+75\times 0.020+85\times 0.035+95\times 0.025)\times 10=80.7$． …10 分

18．解析：(1)由题知$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ=1$， ……………1 分

所以$|2\vec{a}-3\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-3\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-12\vec{a}\cdot\vec{b}+9\vec{b}^2}=\sqrt{16-12+9}=\sqrt{13}$； ……………5 分

(2)因为$\vec{m}\cdot\vec{n}=(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^2+3\vec{a}\cdot\vec{b}-2\vec{b}^2=8+3-2=9$， ……………7 分

$|\vec{m}|=\sqrt{(\vec{a}+2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=2\sqrt{3}$，同理可求得$|\vec{n}|=\sqrt{13}$， ……………10 分

所以$\cos\theta=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{9}{2\sqrt{3}\times\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{39}}{26}$． ……………………………12 分

19．解析：(1)由条件可知正六边形$ABCDEF$的边长为 4，

所以底面积为$6\times\dfrac{1}{2}\times 4^2\sin\dfrac{\pi}{3}=24\sqrt{3}$，

该正六棱锥的体积为$\dfrac{1}{3}\times 8\times 24\sqrt{3}=64\sqrt{3}$， ……………………………3 分

正六棱锥的侧棱长为$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$，

侧面等腰三角形的面积为$\dfrac{1}{2}\times 4\times\sqrt{(4\sqrt{5})^2-2^2}=4\sqrt{19}$，

故该正六棱锥的侧面积为$6\times 4\sqrt{19}=24\sqrt{19}$； ……………………………6 分

(2)球心M一定在直线SO上，设球M的半径为R，

则$R=MS=MB$，又$MB^2=OM^2+OB^2$，

所以$R^2=(8-R)^2+4^2$，解得$R=5$， ……………………………8 分

所以球M的表面积为$4\pi R^2=100\pi$， ……………………………10 分

体积为$\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{500}{3}\pi$． ……………………………12 分

20．解析：(1)由正弦定理边角互化可知，$a^2-b^2=c^2-bc$，即$b^2+c^2-a^2=bc$，

所以$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$， ……………………………4 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$； ....5 分

(2)点 D 是 BC 的中点，

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos 60^\circ$，即 $12=c^2+b^2-bc$（I） ....7 分

$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，即 $\overrightarrow{AD}^2=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)^2$， ....9 分

化简为 $4\overrightarrow{AD}^2=\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2+2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，即 $28=c^2+b^2+bc$，（II）

由(I)(II)两式可得 $bc=8$， ....10 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=2\sqrt{3}$． ....12 分

21．解析：(1)由题意得 $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，

则 $\overrightarrow{OF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}\right)+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OC}$

故 $\overrightarrow{OD}=t\overrightarrow{OF}=\dfrac{2t}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{2t}{3}\overrightarrow{OC}$，由共起点的三向量终点共线的充要条件知，

$\dfrac{2t}{3}+\dfrac{2t}{3}=1$，则 $t=\dfrac{3}{4}$； ....4 分

(2)由已知 $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}$，

因 P 是线段 BC 上动点，则令 $\overrightarrow{CE}=x\overrightarrow{OA}\left(0\le x\le\dfrac{1}{2}\right)$， ....5 分

$\overrightarrow{OB}=\lambda\overrightarrow{CA}+\mu\overrightarrow{OE}=\lambda\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right)+\mu\left(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CE}\right)=(\lambda+\mu x)\overrightarrow{OA}+(\mu-\lambda)\overrightarrow{OC}$， ....7 分

又 $\overrightarrow{OC}$，$\overrightarrow{OA}$ 不共线，则有 $\begin{cases}\mu-\lambda=1\\ \lambda+\mu x=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lambda=\mu-1\\ \mu=\dfrac{3}{2+2x}\end{cases}$，

$0\le x\le\dfrac{1}{2}\Rightarrow 1\le x+1\le\dfrac{3}{2}\Rightarrow 1\le\mu\le\dfrac{3}{2}$，

$\lambda\cdot\mu=\mu(\mu-1)=\left(\mu-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ 在 $\mu\in\left[1,\dfrac{3}{2}\right]$ 上递增，..........................10 分

所以 $\mu=1$，$(\lambda\cdot\mu)_{\min}=0$，$\mu=\dfrac{3}{2}$，$(\lambda\cdot\mu)_{\max}=\dfrac{3}{4}$

故 $\lambda\cdot\mu$ 的取值范围是 $\left[0,\frac{3}{4}\right]$. ....12 分

22．解析：(1)取 AD 的中点 M，连接 OM 、 PM，

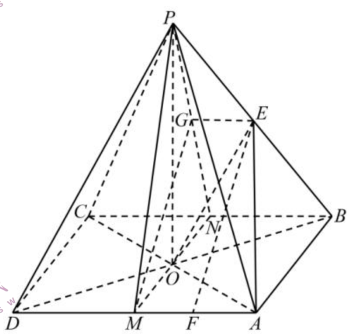
由正四棱锥的性质可知 $PO\perp$ 平面 $ABCD$，$\because AD\subset$ 平面 $ABCD$，则 $AD\perp PO$，

依条件可知 $AD\perp MO$，则 $\angle PMO$ 为所求二面角 $P-AD-O$ 的平面角. ....2 分

$\because PO\perp$ 面 $ABCD$，则 $\angle PAO$ 为侧棱 PA 与底面 $ABCD$ 所成的角，

则 $\tan\angle PAO=\frac{\sqrt{6}}{2}$，设 $AB=a$，则 $AO=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，所以，$PO=AO\cdot\tan\angle POA=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

则 $\tan\angle PMO=\frac{PO}{MO}=\sqrt{3}$，因为 $0^\circ<\angle PMO<90^\circ$，故 $\angle PMO=60^\circ$. ....5 分



(2)延长 MO 交 BC 于 N，则 N 为 BC 的中点，

取 PN 的中点 G，连接 EG、MG.

因为 $PB=PC$，N 为 BC 的中点，则 $BC\perp PN$，

同理可得 $BC\perp PM$，

$\because PM\cap PN=P$，故 $BC\perp$ 平面 PMN，

$\because BC\subset$ 平面 PBC，

$\therefore$ 平面 $PMN\perp$ 平面 PBC， ....7 分

又 $PM=\sqrt{PA^2-AM^2}=\sqrt{PB^2-BN^2}=PN$，$\angle PMN=60^\circ$，

所以，$\triangle PMN$ 为正三角形，$\because G$ 为 PN 的中点，则 $MG\perp PN$，

又因为平面 $PMN\cap$ 平面 $PBC=PN$，平面 $PMN\perp$ 平面 PBC，$MG\subset$ 平面 PMN，

所以，$MG\perp$ 平面 PBC， ....10 分

取 AM 的中点 F，连接 EF，

$\because G$、E 分别为 PN、PB 的中点，则 $EG//BN$ 且 $EG=\frac{1}{2}BN$，

因为 $AD//BC$ 且 $AD=BC$，M、N 分别为 AD、BC 的中点，则 $AM//BN$ 且 $AM=BN$，

$\because F$ 为 AM 的中点，则 $FM//BN$ 且 $FM=\frac{1}{2}BN$，故 $FM//EG$ 且 $FM=EG$，

所以，四边形 $EFMG$ 为平行四边形，则 $EF//MG$，故 $EF\perp$ 平面 PBC.

因此，F 是 AD 的四等分点，靠近 A 点的位置. ....12 分