考生号 班级 姓名

绝密★启用前

2023年普通高等学校全国统一模拟招生考试
新未来3月联考
理科数学

全卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 回答选考题时，考生须按照题目要求作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若$(1+kx)^5$的展开式中x^2的系数为40，则$k=$

A. 2　　B. 4　　C. ±2　　D. ±4

2. 已知非空集合$A=\{x\in\mathbf{R}|x^2-2ax+1=0\}$，集合$B=\{x|y=\log_2(x-1)\}$，则$a$的取值集合与集合$B$的交集为

A. $(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

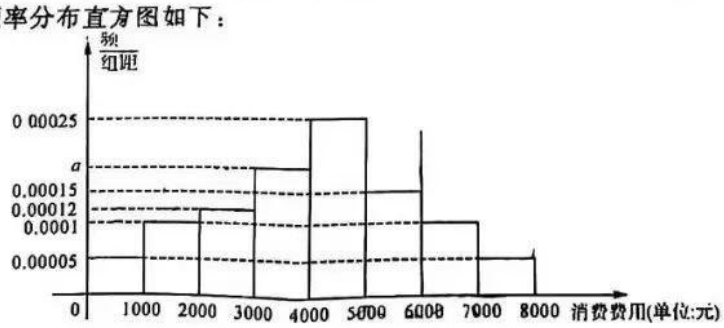
C. $(1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

3. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$和$\boldsymbol{b}=(x,1)$，$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影为正数，p：$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，$q$：$x=-2$或$\frac{7}{2}$，则$p$是$q$的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 作为惠民政策之一，新农合是国家推出的一项新型农村合作医疗保险政策，极大地解决了农村人看病难的问题. 为了检测此项政策的落实情况，现对某地乡镇医院随机抽取100份住院记录，作出频率分布直方图如下：



已知该医院报销政策为：花费400元及以下的不予报销；花费超过400元不超过6000元的，超过400元的部分报销65%；花费在6000元以上的报销所花费费用的80%。则下列说法中，正确的是

A. $a=0.0018$

B. 若某病人住院花费了4300元，则报销后实际花费为2235元

C. 根据频率分布直方图可估计一个病人在该医院报销所花费费用为80%的概率为$\frac{3}{20}$

D. 这100份花费费用的中位数是4205元

5. 已知$a=\tan\frac{2}{7}\pi$，$b=\sin\frac{2}{7}\pi$，$c=\cos 1$，则

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$　　C. $b>c>a$　　D. $b>a>c$

6. 已知$\cos\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}$，则$\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=$

A. $-\frac{7}{25}$　　B. $-\frac{5}{7}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{7}$

7. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_n-2=2(a_n-2^n)$，则$a_n=$

A. $(n+1)\cdot 2^{n+1}$　　B. $2n$　　C. $n\cdot 2^{n+1}$　　D. $n\cdot 2^n$

8. 已知实数a,b满足$a^2+b^2+1=2a+2b$，则$(3a+4b-1)^2$的最小值是

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 16

9. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$，直线l经过定点$P\left(\frac{9}{2},0\right)$，且与抛物线$C$交于$A,B$两点，$O$为坐标原点，满足$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{9}{4}$，则$p=$

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 4

10. 在四边形$ABCD$中，$BD=\sqrt{3}BC=\sqrt{3}CD=3$，$\angle BAD=\frac{\pi}{6}$，则$AC^2$的最大值为

A. 25　　B. $21+12\sqrt{3}$　　C. $16+9\sqrt{3}$　　D. $9\sqrt{3}$

11. 已知正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的底面边长$AB=2\sqrt{3}$，其外接球的表面积为20π，D是B_1C_1的中点，点P是线段A_1D上的动点，过BC且与AP垂直的截面α与AP交于点E，则三棱锥$A-BCE$的体积的最大值为

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{3}{2}$

12. 已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，点$P$为第一象限内一点，且点$P$在双曲线$C$的一条渐近线上，$PF_1\perp PF_2$，线段$PF_2$与双曲线$C$相交于点$M$，直线$PF_1$与$y$轴相交于点$N$，$MN\parallel x$轴，则双曲线$C$的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知 a 为实数，$z=\frac{1+2i}{a-i}$ 为纯虚数，则 $a=$______.

14. 为了庆祝新年的到来，某校"皮影戏"社团的6名男同学，2名女同学计划组成4人代表队代表本校参加市级"皮影戏"比赛，该代表队中有队长，副队长各一名，剩余两名为队员. 若现要求代表队中至少有一名女同学，一共有______种可能.

15. 已知等腰△ABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $2a^2,b^2+ac,2c^2$ 成等差数列，点 D 为△ABC 外接圆劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上一点（不含端点），若 $BD+CD=5$，则 $AD=$______.

16. 若 $\forall x\in[2,+\infty)$，不等式 $a\ln x-e^{x-2}\leqslant0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是______.

三、解答题：共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共60分.

17.（本小题满分12分）

已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}^n=a_n^{n+2}\ (a_n\neq1)$，$a_1=4$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n=\log_2 a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

18.（本小题满分12分）

某社区对是否愿意参与2023年元旦文艺与体育活动进行调查，随机抽查男性居民，女性居民各35人，参与调查的结果如下表：

	愿意参与	不愿参与
男性居民	15人	20人
女性居民	25人	10人

(1)从已知数据判断能否有95%的把握认为是否愿意参与文艺和体育活动与性别有关；

(2)用分层抽样方法，在愿意参与的居民中抽取8人，再从这8人中随机抽取3人，记抽到的男性居民人数为 X，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

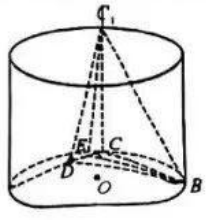
$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19.（本小题满分12分）

已知圆柱的底面圆心为 O，底面直径 $AB=4$，圆柱的高为4，C 为圆弧 AB 的中点，CC_1 为圆柱的一条母线，D 为 AC 的中点，E 为 CD 的中点.

(1)证明：$BC\perp C_1D$；

(2)求二面角 $D-BC_1-E$ 的余弦值.



20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 $\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在椭圆 C 上,且椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)相互垂直且斜率存在的直线 l_1,l_2 都过点 $B(1,0)$,直线 l_1 与椭圆 C 相交于 P,Q 两点,直线 l_2 与椭圆 C 相交于 M,N 两点,点 D 为线段 PQ 的中点,点 E 为线段 MN 的中点,证明:直线 DE 过定点.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{3}{x}-\frac{a}{x^2}$.

(1)若 $a=0$,求 $f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2)若 $x_1,x_2(x_1<x_2)$ 是 $f(x)$ 的两个极值点,证明:$\frac{(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\frac{3}{4a}$.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,曲线 M 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数).以坐标原点为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\ \theta+\quad)=2\sqrt{2}$.

(1)求曲线 M 的普通方程;

(2)若 D 为曲线 M 上一动点,求 D 到 距离的取值范围.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知 a,b,c 均为正数,且 $a+b+c=4$,证明:

(1)$a^2+\frac{b^2}{4}+\frac{c^2}{9}\geqslant\frac{8}{7}$;

(2)$\frac{\ }{a+c}+\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}\geqslant\frac{9}{8}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。