慕华·优策2022－2023学年高三年级第二次联考
理科参考答案与详细解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	D	A	C	D	A	D	A	B	C	B	C

13.【答案】1

14.【答案】$\frac{5}{4}$

15.【答案】$f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-1$(答案不唯一)

16.【答案】-2

详细解析

1.【答案】D

解析：由题知$z=1+2i$，则$\bar{z}=1-2i$，位于第四象限，故选D.

【命题意图】从知识上考查复数运算、共轭复数的概念和复数的几何意义，从能力上考查数学运算核心素养。

2.【答案】D

解析：由$\frac{8}{x+2}>1$，解得$-2<x<6$，又$x\in Z$，所以$A=\{-1,0,1,2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,5,7\}$，

则$A\cap B=\{2,3,5\}$，即$M=\{2,3,5\}$，对比选项可知，D正确，ABC错误. 故选D.

【命题意图】从知识易错点角度出发，考查分式不等式的解法，和质数的数学概念。从能力上考查学生的数学运算和数学抽象等核心素养。

3.【答案】A

解析：解法一、设公差为d，则由$a_3+a_4+3a_6=10$得$a_5-2d+a_5-d+3(a_5+d)=10$，解得$a_5=2$

又$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5=18$，故选A.

解法二、由$a_3+a_4+3a_6=10$得$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=10$，即$5a_5=10$，解得$a_5=2$

又$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5=18$，故选A.

【命题意图】考查等差数列的基本量运算及性质应用，注意方程思想解题，从能力上考查学生的数学运算和数学逻辑推理等核心素养。

4.【答案】C

解析：经过第1次循环得到，$f(x)=f'(x)=2\cos2x$，$k=1$，$1<2023$，循环继续执行；

经过第2次循环得到，$f(x)=(2\cos2x)'=-2^2\sin2x$，$k=2$，$2<2023$，循环继续执行；

经过第3次循环得到，$f(x)=(-2^2\sin2x)'=-2^3\cos2x$，$k=3$，$3<2023$，循环继续执行；

经过第4次循环得到，$f(x)=(-2^3\cos2x)'=2^4\sin2x$，$k=4$，$4<2023$，循环继续执行；

经过第5次循环得到，$f(x)=(2^4\sin2x)'=2^5\cos2x$，$k=5$，$5<2023$，循环继续执行；

所以，由上述可得函数的正负性为4个作为一个循环，因此

经过第2022次循环得到，$f(x)=-2^{2022}\sin2x$，$k=2022$，$2022<2023$，循环继续执行；

经过第2023次循环得到，$f(x)=(-2^{2022}\sin2x)'=-2^{2023}\cos2x$，$k=2023$，满足$2023\geqslant2023$，

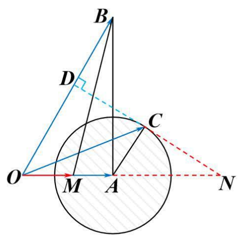
循环终止，输出$-2^{2023}\cos2x$. 故选C.

【命题意图】以程序框图为载体，考查复合函数导数运算，考查数学运算、逻辑推理等核心素养.

1 官方微信公众号：zizzsw 咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com 微信客服：zizzs2018

5.【答案】D

解析:设 $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$, $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$, $x\vec{a}=\overrightarrow{OM}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 则如图所示,



因为 $|\vec{b}-x\vec{a}|\geqslant|\vec{b}-\vec{a}|$,所以 $|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM}|\geqslant|\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}|$,

即 $|\overrightarrow{MB}|\geqslant|\overrightarrow{AB}|$,所以 $BA\perp OA$

因为 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{a}-\vec{b}|=2\sqrt{3}$,所以 $\angle AOB=60^\circ$, $|\vec{b}|=4$

由 $|\vec{c}-\vec{a}|\leqslant1$,可得点 C 在以 A 为圆心,半径为1的圆面上(包括边界),

过圆周上一点 C 作 OB 的垂线,垂足为 D,且 DC 与 $\odot A$ 相切,

延长 DC 交 OA 于 N,则 $\vec{b}\cdot\vec{c}=|\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cos<\vec{b},\vec{c}>\leqslant|\vec{b}||\overrightarrow{OD}|=4|\overrightarrow{OD}|$

又根据相似知识可得 $OD=CA\cdot\dfrac{OA}{AN}+CA=\cos60^\circ OA+CA=\dfrac{1}{2}\times2+1=2$

所以 $\vec{b}\cdot\vec{c}$ 的最大值为8, 故选 D.

【命题意图】考查平面向量与平面几何的关联,从能力上考察学生的逻辑推理、观想象、数学运算等核心素养.

6.【答案】A

解析:解法一、依题意得 $A\cdot\sin(A-C)=\cos^2C-\cos^2A\Leftrightarrow A\cdot\sin(A-C)=\sin^2A-\sin^2C$

而 $\sin(A+C)\sin(A-C)=\sin^2A-\sin^2C$ 得 $A=\sin(A+C)=\sin B$ 或 $A=C$

因为 $\triangle ABC$ 是非等腰三角形,所以 $A=C$ 舍去,所以当 $A=\sin B$ 时,

因为 $f(x)=\sin x-x$, $x\in(0,\pi)$, $f'(x)=\cos x-1<0$, $f(x)$ 单调递减,所以 $\sin x<x$

$A=\sin B<B$,由正弦定理可得 $a<b$,反之不成立,即为充分不必要条件,故选 A.

解法二、$A\cdot\sin(A-C)=\cos^2C-\cos^2A$

$$\Rightarrow A\cdot\sin(A-C)=\frac{1+\cos2C}{2}-\frac{1+\cos2A}{2}=\frac{\cos2C-\cos2A}{2}$$

$$=\frac{\cos[(C+A)+(C-A)]-\cos[(C+A)-(C-A)]}{2}$$

$$=-\sin(C+A)\sin(C-A)=\sin(A+C)\sin(A-C)$$

下述过程同解法一.

【命题意图】以充要条件为学科情境,实质上考查三角恒等变换、正弦定理、三角形中边和角的关系及导数应用,从能力上考查学生的数学运算、逻辑推理,数学抽象等核心素养.

7.【答案】D

解析:设从该成果展区5个成果中,随机抽取3个成果,则被抽到其中恰有2个成果均是来自于 B 区的概率是 $P=\dfrac{C_3^2C_2^1}{C_5^3}=\dfrac{3\times2}{10}=\dfrac{3}{5}$,故选 D.

【命题意图】本题以算力中国为情境,考查古典概型及简单的排列组合知识,从能力考查学生的应用性.

8.【答案】A

解析:由三视图还原可得原几何体为四分之一个圆锥,表面积为四分之一个圆锥侧面积、两个全等的直角三角形及四分之一个圆的面积之和, 所以 $S=\dfrac{1}{4}\pi\times2\times4+2\times\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}+\dfrac{1}{4}\times\pi\times2^2=3\pi+4\sqrt{3}$, 故选 A.

【命题意图】考查四分之一个圆锥常规图形的三视图,空间几何体的表面积基本量运算,考查学生的直观想象、数学运算等核心素养.

9.【答案】B

解析：对于 A，因为 $x\in[-7,7]$ 关于原点对称，

且 $f(-x)=\dfrac{\sin(-x)}{(-x)^2+\cos(-x)}=-\dfrac{\sin x}{x^2+\cos x}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 A；

对于 D，因为 $\dfrac{3\pi}{2}<6<2\pi$，$-1<\sin 6<0$，所以 $f(6)<0$，排除 D;

对于 B,C，关键看 $f'(2)>0$ 还是 $f'(2)<0$，$f'(x)=\dfrac{x^2\cos x-2x\sin x+1}{(x^2+\cos x)^2}$，

所以 $f'(2)=\dfrac{4\cos 2-4\sin 2+1}{(4+\cos 2)^2}$，又 $2<\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $\sin 2>\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}>\dfrac{1}{4}$，

所以 $1-4\sin 2<0$，而 $4\cos 2<0$，所以 $f'(2)<0$，所以排除 C，故选 B.

【命题意图】从知识点上考查函数的奇偶性及导数的几何意义，从能力上考查学生的综合性和应用性.

10.【答案】C

解析：由已知得 $F\left(0,\dfrac{a}{2}\right)$，设 $P(m,n)$，则 $|PF|=n+\dfrac{a}{2}=5$，即 $n=5-\dfrac{a}{2}$　①

又因为直线 PF 的斜率为 $\dfrac{3}{4}$，所以 $\dfrac{3}{4}=\dfrac{n-\frac{a}{2}}{m}$，即 $\dfrac{3}{4}=\dfrac{5-a}{m}$，所以 $m=\dfrac{4(5-a)}{3}$ ②

将①②代入 $m^2=2an$，整理得 $a^2-10a+16=0$，解得 $a=2$ 或 $a=8$，又 $a>2$，

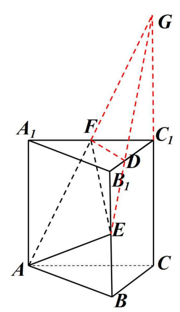
所以 $a=8$，故选 C.

【命题意图】从知识点上考查抛物线的基本性质及方程组求解，从能力上考查学生的综合性和数学运算能力.

11.【答案】B

解析：延长 AF，CC_1 且 AF 与 CC_1 相交于 G，连接 EG，并与 B_1C_1 相交于 D，

连接 FD，则四边形 $AEDF$ 为所求的截面，



在 $Rt\triangle ABE$ 中，由 $AB=2,BE=1$，得 $AE=\sqrt{5}$，

在 $Rt\triangle AA_1F$ 中，由 $AA_1=2,A_1F=2$，得 $AF=2\sqrt{2}$

因为 F 为 A_1C_1 的中点，所以由平面几何知识可知，$\triangle AA_1F\cong\triangle FGC_1$，

所以 $AA_1=GC_1$，$FG=AF$，即 F 为 AG 的中点，所以 $AG=4\sqrt{2}$

又由 $B_1E\,//\,GC_1$，可得 $\triangle B_1ED\backsim\triangle GDC_1$，

又 $GC_1=2B_1E$，$B_1C_1=3\sqrt{2}$，所以 $DC_1=2\sqrt{2}$，

在 $Rt\triangle GDC_1$ 中，由 $DC_1=2\sqrt{2}$，$GC_1=2$，得 $GD=2\sqrt{3}$，所以 $GE=3\sqrt{3}$

所以在 $\triangle AEG$ 中，有 $AG=4\sqrt{2}$，$GE=3\sqrt{3}$，$AE=\sqrt{5}$，即 $GE^2+AE^2=AG^2$，

所以 $AE\perp GE$

在 $Rt\triangle AEG$ 中，F 为斜边中点，，D 为直角边 EG 的三等分点，

四边形 $AEDF$ 的面积为 $\dfrac{2}{3}S_{\triangle AEG}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$，故选 B.

【命题意图】以空间几何体的截面问题为情境，考查学生两平面的交线及四边形面积求法，从能力上主要考查学生的空间想象能力、逻辑推理、数学运算等核心素养.

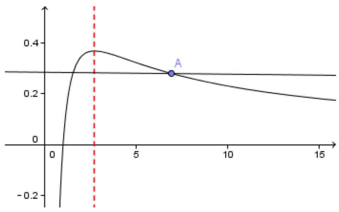
12.【答案】C

解析：$y=-2x+1$ 关于原点对称的函数为 $-y=2x+1$，即 $y=-2x-1$，

若函数 $f(x)$ 图象上存在关于原点对称的点仅有两对，

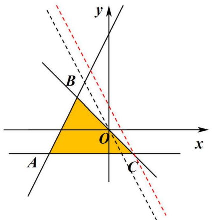
官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

则 $y=a^x-(x+1)^2$ 与 $y=-2x-1$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的交点，
所以方程 $a^x-(x+1)^2=-2x-1$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的实数根，
即 $a^x=x^2(x>0)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有两个不同的实数根，
由 $\ln a^x=\ln x^2$，得 $\ln a=\dfrac{2\ln x}{x}$，即 $\dfrac{1}{2}\ln a=\dfrac{\ln x}{x}$，
令 $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}$，则 $g'(x)=\dfrac{l-\ln x}{x^2}$，令 $g'(x)=0$，得 $x=\mathrm{e}$，



所以 $g(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 上单调递增，在 $(\mathrm{e},+\infty)$ 上单调递减，$g(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，
如图所示，所以 $a^x=x^2(x>0)$ 有两个不同的实数根等价于 $y=\dfrac{1}{2}\ln a$ 与 $y=g(x)$ 有两个交点，
则满足 $0<\dfrac{1}{2}\ln a<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$，解得 $1<a<\mathrm{e}^{\frac{2}{\mathrm{e}}}$. 故选 C.
【命题意图】考查函数的对称性质，以及运用导数手段求函数的单调性研究零点问题，考查学生的综合应用数学知识分析问题、解决问题的能力，考查化归与转化思想的应用.

13.【答案】1
解析：作出可行域如图中阴影部分所示，作出直线 $2x+y=0$，并平移，数形结合可知，当平移后的直线经过点 $C(1,-1)$ 时，z 取得最大值，此时 $z_{\max}=2\times1-1=1$. 故填 1.



【命题意图】考查简单的线性规划，考查学生的运算求解能力，考查的核心素养是直观想象、数学运算.

14.【答案】$\dfrac{5}{4}$
解析：因为点 F 到渐近线的距离为 b，所以 $b=3$，所以 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+9}=5$，
所以 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{4}$，故填 $\dfrac{5}{4}$
【命题意图】考查双曲线焦点到渐近线的距离为 b 这个二级结论，从能力上考查学生的数学运算核心素养.

15.【答案】$f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)-1$（答案不唯一）
解析：由①可设 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$，
又由②可知，不妨设 $A>0$，则 $A+B=1$，$-A+B=-3$，解得 $A=2$，$B=-1$，
$T=2\left[\dfrac{\pi}{3}-\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right]=\pi$，$\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2$，所以 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)-1$，
由③得 $2\sin\varphi-1=-2$，所以 φ 的一个值为 $\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$，因此 $f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)-1$，
故填 $f(x)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)-1$（答案不唯一）
【命题意图】设置开放题，考查三角函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$ 的几个参数的意义，从能力上考查学生的逻辑推理等核心素养.

16.【答案】-2

解析：由函数 $f(x)=\mathrm{e}^{x-2}+\ln(x-1)-1$ 为单调递增函数，$f(2)=0$，得 $f(x)$ 仅有唯一零点 $x=2$，

设函数 $g(x)=x(\ln x-ax)-2$ 的一个零点为 n，则有 $|2-n|\leqslant 1$，即 $1\leqslant n\leqslant 3$，

所以由题知，$g(x)=x(\ln x-ax)-2$ 在 $[1,3]$ 有零点，即方程 $\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{2}{x^2}=a$ 在 $[1,3]$ 有解

构造函数 $h(x)=\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{2}{x^2}$，$h'(x)=\dfrac{x-x\ln x+4}{x^3}$，

$s(x)=x-x\ln x+4$，$s'(x)=-\ln x<0$，$s(x)$ 在 $[1,3]$ 单调递减，$s(x)\geqslant s(3)>0$，

所以 $x\in[1,3]$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增，且 $h(1)=-2$，$h(3)=\dfrac{\ln 3}{3}-\dfrac{2}{9}$

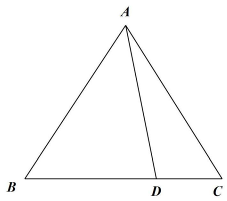
要使方程 $\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{2}{x^2}=a$ 在 $[1,3]$ 有解，则 $-2\leqslant a\leqslant\dfrac{3\ln 3-2}{9}$，所以实数 a 的最小值是 -2，

故填 -2.

【命题意图】这是一道综合性的压轴试题，以函数的新定义为表征形式，考查零点问题，以及利用导数判断函数的单调性，解决方程有解问题，从数学思想上考查学生的转化思想.

17. 解析：(1) 证明：$\because 2c\sin B\cos A+a\sin A=2b\sin C$，

$\therefore$ 由正弦定理得：$2bc\cos A+a^2=2bc$ ………………………… 2 分



由余弦定理得：$2bc\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}+a^2=2bc$

化简得：$b^2+c^2=2bc$，$\therefore (b-c)^2=0$，即 $b=c$，故得证 …………………… 6 分

(2) 解法一、在 $\triangle ABD$ 中，由余弦定理得 $AD^2=b^2+4-4b\cos B$ ……… 8 分

在 $\triangle ACD$，由余弦定理得 $AD^2=b^2+1-2b\cos B$ ………………… 10 分

所以 $2b\cos B=3$，又 $AD^2=\dfrac{7}{9}b^2$，所以 $b=3$. ……………………… 12 分

解法二 $\because BD=2CD$，$\therefore \overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，即 $3\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$ ……… 8 分

$\therefore 9\overrightarrow{AD}^2=\overrightarrow{AB}^2+4\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{AC}^2$，

又 $\because AD=\dfrac{\sqrt{7}}{3}b$，$\therefore 9\left(\dfrac{\sqrt{7}}{3}b\right)^2=c^2+4c\cdot b\cos A+4b^2$，

又由 (1) 知 $b=c$，化简得 $\cos A=\dfrac{1}{2}$ ………………………………… 10 分

$\therefore A=60^\circ$，$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，又 $BD=2CD=2$，$a=3$，$\therefore b$ 的值为 3. …………… 12 分

【命题意图】考查正弦定理、余弦定理的应用以及平面向量的应用，考查逻辑推理、数学运算等核心素养.

18. 解析： (1) 将 $y=2^{bx+a}$ 两边取对数得 $\log_2 y=bx+a$，令 $z=\log_2 y$，则 $\hat{z}=\hat{b}x+\hat{a}$

$\because \bar{x}=3$，$\therefore$ 根据最小二乘估计可知，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iz_i-5\bar{x}\cdot\bar{z}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\bar{x}^2}=\dfrac{65-5\times3\times3.7}{55-5\times9}=0.95$ ……… 3 分

$\therefore \hat{a}=\hat{z}-\hat{b}\bar{x}=3.7-0.95\times3=0.85$，…………… 5 分

$\therefore$ 回归方程为 $\hat{z}=0.95x+0.85$，即 $\hat{y}=2^{0.95x+0.85}$. ………………………… 6 分

(2) ①甲建立的回归模型的

$R^2_{甲}=1-\dfrac{101}{978}\approx 0.90<R^2_{乙}=0.98$. ………………… 8 分

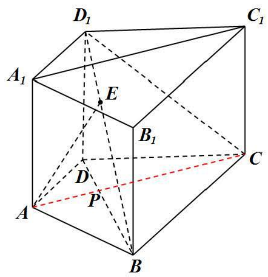
$\therefore$ 乙建立的回归模型拟合效果更好. ………………………… 10 分

②由①知，乙建立的回归模型拟合效果更好.

设$9.7x-10.1\geqslant 80$，解得$x\geqslant 9.29$，∴直播周期数至少为10 ………………………… 12分

【命题意图】考查相关系数、非线性回归方程的求解等回归分析相关问题，考查学生数学建模、实际应用能力. 考查数据分析、数据运算的核心素养.

19. 解析：(1) 证明：连接AC，并与BD相交于P，如图所示，



由题可知，$\triangle ABD$为等腰直角三角形，且$\triangle BCD$为等边三角形，

所以点P为BD的中点，且$AC\perp BD$

在直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，

有$D_1D\perp$平面$ABCD$且$AC\subset$平面$ABCD$，

所以$D_1D\perp AC$，

又$BD\cap D_1D=D$，BD，$D_1D\subset$平面BD_1D

所以$AC\perp$平面BB_1D_1D，

又$D_1B\subset$平面BD_1D，所以$AC\perp D_1B$，

在四边形A_1ACC_1中，$A_1A\underline{\parallel}CC_1$，所以四边形$A_1ACC_1$为平行四边形，

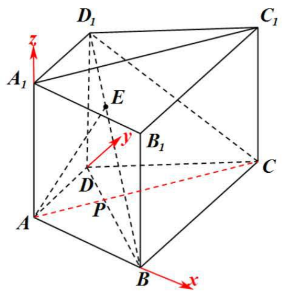
所以$AC/\!/A_1C_1$，又因为$AC\perp D_1B$，所以$D_1B\perp A_1C_1$ ………………………… 5分

(2) 由 (1) 知$AC\perp$平面BD_1D，且$PE\subset$平面BD_1D，所以$AC\perp PE$，

即$\triangle ACE$的面积为$S=\frac{1}{2}PE\cdot AC$，要使$\triangle ACE$的面积最小，则PE为最小，即$PE\perp D_1B$，

根据$\triangle PEB\backsim\triangle BDD_1$及边长可知点$E$为靠近点$B$的三等分点，……… 7分

以A为坐标原点，以AB,AD,AA_1所在的直线分别为x,y,z轴，



建立空间直角坐标系$A-xyz$，如图所示，则$A(0,0,0)$，

$B(4,0,0)$，$A_1(0,0,4)$，$D_1(0,4,4)$，

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BD_1}=(4,0,0)+\frac{1}{3}(-4,4,4)=\left(\frac{8}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$，

$\overrightarrow{A_1D_1}=(0,4,0)$，$\overrightarrow{A_1B}=(4,0,-4)$ …………………… 9分

设平面A_1D_1B的一个法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1D_1}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1B}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}4y=0\\ 4x-4z=0\end{cases}$，令$x=1$，则$z=1$，

所以$\vec{n}=(1,0,1)$，……………………………… 10分

又$\overrightarrow{AE}=\left(\frac{8}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$

则$\cos<\vec{n},\overrightarrow{AE}>=\frac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{AE}|}=\frac{\frac{8}{3}\times 1+0\times\frac{4}{3}+1\times\frac{4}{3}}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}\times\frac{1}{3}\times\sqrt{8^2+4^2+4^2}}=\frac{4\times 3}{\sqrt{2}\times 4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ …………… 11分

所以AE与平面D_1BC所成的角为60° ………………………… 12分

【命题意图】考查空间中直线垂直关系及线面角大小的求解，考查逻辑推理、直观想象、数学运算的核心素养.

20. 解析：(1) 设$F_2(c,0)$，由AF_1的中点在y轴上，O为F_1F_2的中点，得$AF_2/\!/y$轴，即$AF_2\perp F_1F_2$，

又由$A\left(1,\frac{3}{2}\right)$得$c=1$，即$|F_1F_2|=2$，$|AF_2|=\frac{3}{2}$，所以$|AF_1|=\sqrt{AF_2^2+F_1F_2^2}=\frac{5}{2}$，即$2a=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4$，解得$a=2$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{3}$，所以椭圆$C$的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ …………………… 4分

(2) 设动点 $P(2\cos\theta,\sqrt{3}\sin\theta)$，则直线 l 的方程为 $\frac{x\cdot 2\cos\theta}{4}+\frac{y\cdot\sqrt{3}\sin\theta}{3}=1$，……… 6 分

即 $\frac{x\cos\theta}{2}+\frac{y\cdot\sin\theta}{\sqrt{3}}=1$ ①

令 $x=4$，则代入①，解得 $y=\frac{\sqrt{3}(1-2\cos\theta)}{\sin\theta}$

所以 Q 坐标为 $\left(4,\frac{\sqrt{3}(1-2\cos\theta)}{\sin\theta}\right)$，………………… 8 分

由以 PQ 为直径的圆恒过点 F，得 $PF\perp QF$，即 $\overrightarrow{PF}\cdot\overrightarrow{QF}=0$

假设存在点 $F(t,0)$，则 $\overrightarrow{PF}=(t-2\cos\theta,-\sqrt{3}\sin\theta)$，$\overrightarrow{QF}=\left(t-4,-\frac{\sqrt{3}(1-2\cos\theta)}{\sin\theta}\right)$

于是 $(t-2\cos\theta)(t-4)+\sqrt{3}\sin\theta\cdot\frac{\sqrt{3}(1-2\cos\theta)}{\sin\theta}=0$…………… 10 分

整理得 $2(1-t)\cos\theta+(t-1)(t-3)=0$，即该方程对于任意的 θ 恒成立，故 $t=1$.

因此，存在定点 $F(1,0)$ 符合条件. ………..12 分

【命题意图】考查椭圆的方程，直线与椭圆的位置关系以及圆锥曲线中的定点、定值问题，考查了数学运算、逻辑推理等核心素养.

21. 解析：$f'(x)=e^x-ax+2a$，设 $g(x)=e^x-a(x-2)$，则 $g'(x)=e^x-a$，……… 1 分

(1) 若 $f(x)$ 有两个极值点，则 $g(x)$ 有 2 个变号零点.

当 $a\leqslant 0$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 R 上递增，至多有一个零点，不符合题意，舍去；…… 2 分

当 $a>0$ 时，令 $g'(x)=0$，解得 $x=\ln a$，

$x\in(-\infty,\ln a)$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减，

$x\in(\ln a,+\infty)$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增，

又当 $x\to-\infty$ 时，有 $g(x)\to+\infty$，当 $x\to+\infty$ 时，有 $g(x)\to+\infty$ ……………… 4 分

要使 $g(x)$ 有 2 个变号零点，则只需 $g(\ln a)<0$，即 $a-a(\ln a-2)<0$，解得 $a>e^3$………… 5 分

(2) 解法一、欲证：$x_1x_2<2(x_1+x_2)-3\Leftrightarrow(x_1-2)(x_2-2)<1$ ………………………… 6 分

由于 x_1,x_2 为 $f'(x)=e^x-ax+2a$ 的零点，则

$\begin{cases}e^{x_1}-ax_1+2a=0\\e^{x_2}-ax_2+2a=0\end{cases}\Rightarrow\frac{x_2-2}{x_1-2}=e^{x_2-x_1}$，令 $\frac{x_2-2}{x_1-2}=e^{x_2-x_1}=t$，$(t>1)$ ……………………… 7 分

则 $\begin{cases}x_2-2=t(x_1-2)\\x_2-2-(x_1-2)=\ln t\end{cases}$，解得 $x_1-2=\frac{\ln t}{t-1}$，$x_2-2=\frac{t\ln t}{t-1}$，……………………… 8 分

所以只需证明：$t\left(\frac{\ln t}{t-1}\right)^2<1$，即证：$\ln t<\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$ ………………… 9 分

构造函数 $h(x)=\ln x-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$，$h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{2x\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}-x-1}{2x\sqrt{x}}=\frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{2x\sqrt{x}}$，

当 $x>1$ 时，有 $h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减，所以 $h(x)<h(1)=\ln 1-1+1=0$，

所以 $\ln x-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}<0$，即 $\ln t<\sqrt{t}-\frac{1}{\sqrt{t}}$ 得证，………………………… 11 分

故 $x_1x_2<2(x_1+x_2)-3$ ……………………………… 12 分

(2) 解法二、令 $f'(x)=e^x-ax+2a=0$，则 $e^x=a(x-2)$，显然由 (1) 可知 $x>2$，

且 $x_1x_2<2(x_1+x_2)-3\Leftrightarrow(x_1-2)(x_2-2)<1$

不妨设 $t=\ln(x-2)$，则 $e^x=a(x-2)$ 化为 $e^t-t-\ln a+2=0$，记 $g(t)=e^t-t-\ln a+2$

因此原题转化为已知 $g(t)=e^t-t-\ln a+2$ 有两个零点 t_1,t_2，$(t_1<t_2)$ 证明：$t_1+t_2<0$…… 7 分

官方微信公众号：zizzsw
官方网站：www.zizzs.com
咨询热线：010-5601 9830
微信客服：zizzs2018

$g'(t)=e^t-1$，显然，$g'(0)=0$

当 $t<0$ 时，$g'(t)<0$，$g(t)$ 单调递减；当 $t>0$ 时，$g'(t)>0$，$g(t)$ 单调递增；

即 $g(t)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减；在 $(0,+\infty)$ 上单调递增 ……………………………… 8 分

因为 $y=g(t)$ 有两个零点 $t_1,t_2(t_1<t_2)$，所以 $t_1<0<t_2$，且 $g(t_1)=g(t_2)$

构造函数 $G(t)=g(t)-g(-t)$，$G'(t)=g'(t)+g'(-t)=e^t-1+e^{-t}-1\geqslant 2\sqrt{e^t\cdot e^{-t}}-2=0$

所以 $G(t)$ 在 R 上单调递增，……………………………………………………………………… 10 分

于是 $G(t_2)>0$，即 $g(t_2)>g(-t_2)$，所以 $g(t_1)>g(-t_2)$

又因为 $g(t)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，且 $t_1,-t_2<0$，所以 $t_1<-t_2$，即 $t_1+t_2<0$。

故原命题得证. ………………………………………………………………… 12 分

【命题意图】考查函数的单调性、导数的应用、不等式的证明，考查逻辑推理、直观想象、数学运算等核心素养.

22. 解析：(1) 因为 $2\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=m-2\sqrt{3}$，所以 $2\rho\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}-2\rho\cos\theta\sin\frac{\pi}{3}=m-2\sqrt{3}$，

又因为 $\rho\sin\theta=y$，$\rho\cos\theta=x$，所以化简为 $y=\sqrt{3}(x-2)+m$，

所以直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\frac{1}{2}t\\ y=m+\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)　①……3 分

由 $\begin{cases}x=2+3\cos\varphi\\ y=3\sin\varphi\end{cases}$ 消去 φ 得：$(x-2)^2+y^2=9$，

所以曲线 C 的普通方程为 $(x-2)^2+y^2=9$　　②；……………………………………………… 5 分

(2) 由 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}=\mathbf{0}$ 知 $\overrightarrow{PA}$ 与 $\overrightarrow{PB}$ 反向，所以点 $P(2,m)$ 在圆内，

联立直线 l 的参数方程和曲线 C 的普通方程，即将①代入②可得

$t^2+\sqrt{3}mt+m^2-9=0$，故 $t_1+t_2=-\sqrt{3}m$　③，$t_1\cdot t_2=m^2-9$　④

因为有两个不同的交点，则 $\Delta>0$，即 $3m^2-4(m^2-9)>0$，解得 $-6<m<6$，

因为点 $P(2,m)$ 在圆内，所以 $t_1\cdot t_2<0$，

不妨设 $t_1=-2t_2$，代入③④得 $7m^2=9$，解得 $m=\pm\frac{3\sqrt{7}}{7}$. …………………… 10 分

【命题意图】考查直线的极坐标方程、参数方程、圆的参数方程与普通方程的互化，考查逻辑推理、数学运算等核心素养.

23. 解析：(1) 当 $a=2$ 时，$f(x)>8\Leftrightarrow|x-6|+|x-2|>8$

当 $x\geqslant 6$ 时，有 $2x-8>8$，解得 $x>8$，此时得 $x>8$；

当 $2<x<6$ 时，有 $6-x+x-2>8$，此时无解；

当 $x\leqslant 2$ 时，有 $6-x+2-x>8$，解得 $x<0$，此时得 $x<0$.

综上，不等式 $f(x)>8$ 的解集为 $(-\infty,0)\cup(8,+\infty)$. …………………… 5 分

(2) 对任意 $x\in R$，恒有 $f(x)\geqslant 5-a$，则 $f(x)_{\min}\geqslant 5-a$

因为 $f(x)=|x-a^2-2|+|x-a|\geqslant|a^2-a+2|$，所以 $|a^2-a+2|\geqslant 5-a$

即 $a^2-a+2\geqslant 5-a$，解得 $a\geqslant\sqrt{3}$ 或 $a\leqslant-\sqrt{3}$

所以实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$. ……………………… 10 分

【命题意图】考查绝对值不等式的解法，不等式恒成立问题，考查逻辑推理、数学运算的核心素养.

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。