

考号

姓名

班级

学校

县(市、区)

2022 年秋期高中三年级期终质量评估

## 数学试题(理)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 考生做题时将答案答在答题卡的指定位置上,在本试卷上答题无效.
2. 答题前,考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂,非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写,字体工整,笔迹清楚.
4. 请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答,超出答题区域书写的答案无效.
5. 保持卷面清洁,不折叠、不破损.

### 第 I 卷 选择题(共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | \log_2 x \leq 1\}$ , 则  $A \cup B =$   
A.  $[-1, 3]$       B.  $(-\infty, 3]$       C.  $(0, 2]$       D.  $(0, 3]$
2. 已知复数  $z$  满足  $(i-1)z = 2i$ , 则  $|z|$   
A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D. 2
3. 从 3, 4, 5, 6 四个数中任取三个数作为三角形的三边长, 则构成的三角形是锐角三角形的概率是  
A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{3}{4}$
4. 已知向量  $\mathbf{a} = (4, -2\sqrt{5})$ ,  $\mathbf{b} = (1, \sqrt{5})$ , 则向量  $\mathbf{b}$  在向量  $\mathbf{a}$  方向上的投影是  
A.  $-\sqrt{6}$       B. -1      C. 1      D.  $\sqrt{6}$
5. 已知  $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ , 若  $p: |x+1| + |y-2| \geq 1, q: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 \geq 0$ , 则  $p$  是  $q$  的  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
6. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $M$  在  $C$  的右支上, 直线  $F_1M$  与  $C$  的左支交于点  $N$ , 若  $|F_1N| = b$ , 且  $|MF_2| = |MN|$ , 则双曲线  $C$  的渐近线方程为  
A.  $y = \pm \frac{1}{3}x$       B.  $y = \pm 3x$       C.  $y = \pm \frac{1}{2}x$       D.  $y = \pm 2x$

高三数学(理) 第 1 页(共 4 页)

7. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上且周期为 4 的奇函数, 当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ , 令

$g(x) = f(x) + f(x+1)$ , 则函数  $y = g(x)$  的最大值为

- A. 1                      B. -1                      C. 2                      D. -2

8. 已知函数  $f(x) = 2\sin(\omega x - \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 在  $[0, \pi]$  上单调递增, 且  $f(x) \geq f(-\frac{2\pi}{3})$  恒成立,

则  $\omega$  的值为

- A. 2                      B.  $\frac{3}{2}$                       C. 1                      D.  $\frac{1}{2}$

9. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $F$  作直线  $l$  交抛物线  $C$  于点  $A, B$  ( $A$  在  $x$  轴上方), 与抛物线准线交于点  $M$ . 若  $|BM| = 2|BF|$ , 则直线  $l$  的倾斜角为

- A.  $60^\circ$                       B.  $30^\circ$  或  $150^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $60^\circ$  或  $120^\circ$

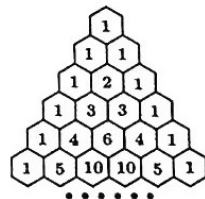
10. 对于函数  $f(x) = \sin x + x - e^x, x \in [0, \pi]$ , 下列说法正确的是

- A. 函数  $f(x)$  有唯一的极大值点                      B. 函数  $f(x)$  有唯一的极小值点  
C. 函数  $f(x)$  有最大值没有最小值                      D. 函数  $f(x)$  有最小值没有最大值

11. 如图为“杨辉三角”示意图, 已知每一行的数字之和构成的数列为等

比数列且记该数列前  $n$  项和为  $S_n$ , 设  $b_n = \sqrt{5 \log_2(S_n + 1) - 1}$ , 将数列  $\{b_n\}$  中的整数项依次取出组成新的数列记为  $\{c_n\}$ , 则  $c_{2023}$  的值为

- A. 5052                      B. 5057                      C. 5058                      D. 5063



12. 十七世纪法国数学家、被誉为业余数学家之王的皮埃尔·德·费马提出的一个著名的几何问题: “已知一个三角形, 求作一点, 使其与这个三角形的三个顶点的距离之和最小”. 它的答案是: 当三角形的三个角均小于  $120^\circ$  时, 所求的点为三角形的正等角中心, 即该点与三角形的三个顶点的连线两两成角  $120^\circ$ ; 当三角形有一内角大于或等于  $120^\circ$  时, 所求点为三角形最大内角的顶点. 在费马问题中所求的点称为费马点. 已知  $a, b, c$  分别是

$\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边, 且  $b^2 - (a - c)^2 = 6, \frac{\cos A}{2 \cos B} = \sin(C - \frac{\pi}{6})$ , 若点  $P$  为

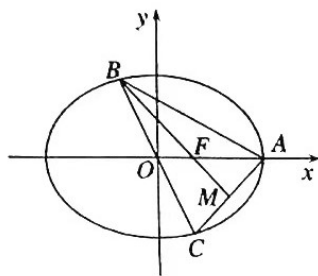
$\triangle ABC$  的费马点, 则  $\vec{PA} \cdot \vec{PB} + \vec{PB} \cdot \vec{PC} + \vec{PA} \cdot \vec{PC} =$

- A. -6                      B. -4                      C. -3                      D. -2

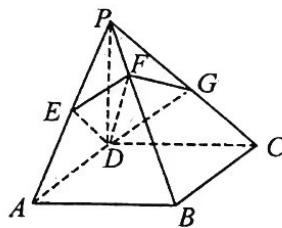
二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 上级将 5 名农业技术员分派去 3 个村指导农作物种植技术, 要求每村至少去一人, 一人只能去一个村, 则不同的分派种数有 \_\_\_\_\_.(数字作答)

14. 如图,  $\triangle ABC$  内接于椭圆, 其中  $A$  与椭圆右顶点重合, 边  $BC$  过椭圆中心  $O$ , 若  $AC$  边上中线  $BM$  恰好过椭圆右焦点  $F$ , 则该椭圆的离心率为 \_\_\_\_\_.



15. 《九章算术》是《算经十书》中最重要的一部, 全书总结了战国、秦、汉时期的数学成就, 内容十分丰富, 在数学史上有其独到的成就. 在《九章算术》中, 将四个面都是直角三角形的四面体称之为“鳖臑”, 将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为“阳马”. 如图, 几何体  $P-ABCD$  为一个阳马, 其中  $PD \perp$  平面  $ABCD$ , 若  $DE \perp PA, DF \perp PB, DG \perp PC$ , 且  $PD=AD=2AB=4$ , 则几何体  $EFGABCD$  的外接球表面积为\_\_\_\_\_.



16. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{e^{mx+1}} - \ln x + mx (x > 0)$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 则实数  $m$  取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等差数列,  $S_n$  是其前  $n$  项和, 且  $S_n = \frac{(a_n - 1)(a_n + 2)}{2}$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = (\frac{8}{9})^n \cdot a_n$ , 求  $b_n$  取得最大值时的  $n$ .

18. (本题满分 12 分)

在 2022 年卡塔尔世界杯亚洲区预选赛十二强赛中, 中国男足以 1 胜 3 平 6 负进 9 球失 19 球的成绩惨败出局. 甲、乙足球爱好者决定加强训练提高球技, 两人轮流进行定位球训练(每人各踢一次为一轮), 在相同的条件下, 每轮甲、乙两人在同一位置, 一人踢球另一人扑球, 甲先踢, 每人踢一次球, 两人有 1 人进球另一人不进球, 进球者得 1 分, 不进球者得 -1 分; 两人都进球或都不进球, 两人均得 0 分, 设甲每次踢球命中的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙每次踢球命

中的概率为  $\frac{2}{3}$ , 甲扑到乙踢出球的概率为  $\frac{1}{2}$ , 乙扑到甲踢出球的概率  $\frac{1}{5}$ , 且各次踢球互不影响.

(1) 经过一轮踢球, 记甲的得分为  $X$ , 求  $X$  的分布列及数学期望;

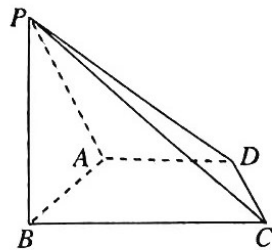
(2) 若经过两轮踢球, 用  $p_2$  表示经过第 2 轮踢球后甲累计得分高于乙累计得分的概率, 求  $p_2$ .

19. (本题满分 12 分)

如图, 四棱锥  $P-ABCD$  的底面为直角梯形,  $\angle ABC = \angle BAD = \frac{\pi}{2}$ ,  $PB \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PB = AB = AD = \frac{1}{2}BC = 1$ , 设平面  $PAD$  与平面  $PBC$  的交线为  $l$ .

(1) 证明:  $l \perp$  平面  $PAB$ ;

(2) 设  $Q$  为  $l$  上的动点, 求  $PD$  与平面  $QAB$  所成角的正弦值的最大值.



20. (本题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = a \ln x - x^2 + ax$ .

- (1) 当  $a=1$  时, 求证:  $f(x) \leq 0$ ;  
 (2) 若函数  $f(x)$  有且只有一个零点, 求实数  $a$  的取值范围.

21. (本题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 离心率为  $\frac{1}{2}$ , 其左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $A(1, -1)$  在椭圆内,  $P$  为椭圆上一个动点, 且  $|PF_1| + |PA|$  的最大值为 5.

- (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
 (2) 在椭圆  $C$  的上半部分取两点  $M, N$  (不包含椭圆左右端点), 且  $\overrightarrow{F_1M} = 2\overrightarrow{F_2N}$ , 求四边形  $F_1F_2NM$  的面积.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】(10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos\varphi \\ y = \sin\varphi \end{cases}$  ( $\varphi$  为参数),

- (1) 在以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 求曲线  $C$  极坐标方程;  
 (2) 若点  $A, B$  为曲线  $C$  上的两个点且  $OA \perp OB$ , 求证:  $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$  为定值.

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】(10 分)

已知存在  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使得  $|x_0 + a| - |x_0 - 2b| \geq 4$  成立,  $a, b \in \mathbf{R}_+$ .

- (1) 求  $a+2b$  的取值范围;  
 (2) 求  $a^2 + b^2$  的最小值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线